

TRAVAIL DE DIPLÔME

INTÉGRATION D'UN INTERFÉROMÈTRE 'NULLING' ET UN SYSTÈME D'OPTIQUE ADAPTATIVE

Proposé par: Steward Observatory, University of Arizona
Professeur: François Wildi
Etudiant: Damien Ferrario

T A B L E D E S M A T I E R E S

PAGE

SPÉCIFICATION :	1
CADRE	1
DESCRIPTION GLOBALE.....	1
STRUCTURE DU DOCUMENT ET TRAVAIL EFFECTUÉ.....	2
1. DESCRIPTION THÉORIQUE	3
1.1 LE TÉLESCOPE	3
1.2 L'OPTIQUE ADAPTATIVE.....	4
1.3 L'INTERFÉROMÈTRE	4
2. MODÈLE DYNAMIQUE DU LBTI	5
2.1 MODÈLE DYNAMIQUE DE LA BOUCLE D'OPTIQUE ADAPTATIVE	5
2.1.1 <i>Synthèse du régulateur</i>	6
2.2 MODÈLE DYNAMIQUE DE LA BOUCLE DU FRINGE TRACKER	10
2.2.1 <i>Modèle du BPC</i>	10
2.2.2 <i>Modèle Simulink</i>	14
2.2.3 <i>Régulateur de la boucle du fringe tracker</i>	15
2.3 MODÈLE SIMULINK DU LBTI	18
3. GÉNÉRATION D'EXCITATIONS MODALES	22
3.1 GÉNÉRATION DU FRONT D'ONDE	22
3.2 DÉCOMPOSITION EN MODE DE ZERNIKE	23
3.3 GÉNÉRATION D'UNE EXCITATION MODALE	25
3.4 ANALYSE DES EXCITATIONS MODALES	27
3.4.1 <i>Comparaison de la variance des excitations modales avec la théorie</i>	27
3.4.2 <i>Remarques concernant le spectre temporel des excitations modales</i>	28
4. SIMULATION MODALE DU LBTI	29
4.1 ECHANTILLONNAGE À 1 [kHz] DE LA BOUCLE DU FRINGE TRACKER	30
4.1.1 <i>Simulation avec le modèle idéal</i>	30
4.1.2 <i>Simulation avec le modèle actuel</i>	31
4.2 ECHANTILLONNAGE À 500 [Hz] DE LA BOUCLE DU FRINGE TRACKER.....	32
4.2.1 <i>Simulation avec le modèle idéal</i>	32
4.2.2 <i>Simulation avec le modèle actuel</i>	33
4.3 CONCLUSION.....	34
5. OPTIMISATION DU PISTON RÉSIDUEL	35
5.1 ANALYSE DU PISTON ET MODIFICATION DE LA BOUCLE DU FRINGE TRACKER	35
5.2 SYNTHÈSE DU PI	37
5.2.1 <i>Synthèse du PI avec les deux modèles du BPC</i>	40
5.3 SIMULATION DU LBTI AVEC LE PI.....	42
5.3.1 <i>Fréquence d'échantillonnage de la boucle du fringe tracker égale à 1 [kHz]</i>	42
5.3.2 <i>Fréquence d'échantillonnage de la boucle du fringe tracker égale à 500 [Hz]</i>	43
5.4 CONCLUSION.....	44
6. CROSS RÉGULATEUR	45
6.1 MODIFICATION DU SCHÉMA SIMULINK	45
6.2 SYNTHÈSE DU CROSS RÉGULATEUR	46
6.3 AJOUT D'UN RETARD PUR DANS LE CROSS RÉGULATEUR.....	46
6.4 SIMULATION DU LBTI AVEC LE CROSS RÉGULATEUR	46
6.4.1 <i>Modèle idéal du BPC</i>	47

6.4.2	<i>Modèle actuel du BPC</i>	47
6.5	OPTIMISATION DU CROSS RÉGULATEUR.....	48
6.5.1	<i>Synthèse du PI du cross régulateur</i>	48
6.6	SIMULATION DU LBTI AVEC UN PI DANS LA BOUCLE DU CROSS RÉGULATEUR	50
6.6.1	<i>Modèle idéal du BPC</i>	50
6.6.2	<i>Modèle actuel du BPC</i>	50
6.7	CONCLUSION.....	51
7.	SIMULATION SPATIO TEMPORELLE	52
7.1	MODIFICATION DE LA SIMULATION SPATIO TEMPORELLE	52
7.2	SIMULATION AVEC UNE CORRECTION DES 50 PREMIERS MODES DE ZERNIKE	53
7.3	SIMULATION AVEC UNE CORRECTION DES 100 PREMIERS MODES DE ZERNIKE	55
8.	CONCLUSION	57
	BIBLIOGRAPHIE	58
	ANNEXE	59
A.1	MARCHE À SUIVRE POUR EFFECTUER UNE SIMULATION MODALE DU LBTI	59
A.1.1	ETAPE 1: GÉNÉRATION DES EXCITATIONS MODALES	59
A.1.2	ETAPE 2: SIMULATION DU MODÈLE SIMULINK DU LBTI.....	59
A.1.3	<i>ETAPE 3: POST PROCESSING</i>	60
A.2	MAILS ÉCHANGÉS POUR OBTENIR DES INFORMATIONS SUR LE LBTI	61
A.3	CALCUL DE LA FRÉQUENCE DE COUPURE DU PI À PARTIR DE SA PHASE À ω_0	63
A.4	DISCRÉTISATION DE LA LOI DE COMMANDE DU REGULATEUR PI ANALOGIQUE.....	64
A.5	CALCUL DE ω_0 EN CONNAISSANT LE FACTEUR DE QUALITÉ ET LA FRÉQUENCE DE COUPURE D'UN SYSTÈME. .	65
A.6	EXTRAITS DES MODIFICATIONS APPORTÉES AU CODE DE LA SIMULATION SPATIO TEMPORELLE.....	65
A.6.1	CALCUL DE LA COMMANDE DU BPC AVEC LE PI	65
A.6.2	CALCUL DE LA COMMANDE DU BPC SANS LE PI.....	65
A.7	EXTRAIT DES MESURES DE LA RÉPONSE INDICIELLE DE L'AMPLIFICATEUR	66

SPÉCIFICATION :

CADRE

L'interférométrie stellaire 'nulling', dont la première application a été réalisée en 1998, a pour but d'annuler la lumière d'étoiles afin de permettre d'observer leur environnement proche et en particulier de possibles planètes.

Cette technique ne permet que des affaiblissements modestes de la lumière stellaire (95%) à cause de la présence de distorsions du front d'onde dû à la turbulence atmosphérique. C'est pourquoi, on essaie actuellement d'utiliser cette technique en combinaison avec l'optique adaptative.

DESCRIPTION GLOBALE

Le travail consiste à étudier comment exploiter l'information fournie par le senseur de phase utilisé par l'interféromètre pour améliorer la performance du système d'optique adaptative. La motivation du travail provient du fait que la partie active de l'interféromètre 'nulling' ne corrige en temps réel que les composantes 'piston' 'tip' et 'tilt' de la différence de chemin optique entre les 2 voies de l'interféromètre, alors que le senseur de phase fournit beaucoup d'autres composantes qui ne peuvent être corrigées que par l'optique adaptative.

Etant donné la complexité du projet, l'étude se focalisera sur le cas du télescope LBT.

Pour une meilleure compréhension, le schéma de principe ci-dessous illustre le fonctionnement du télescope :

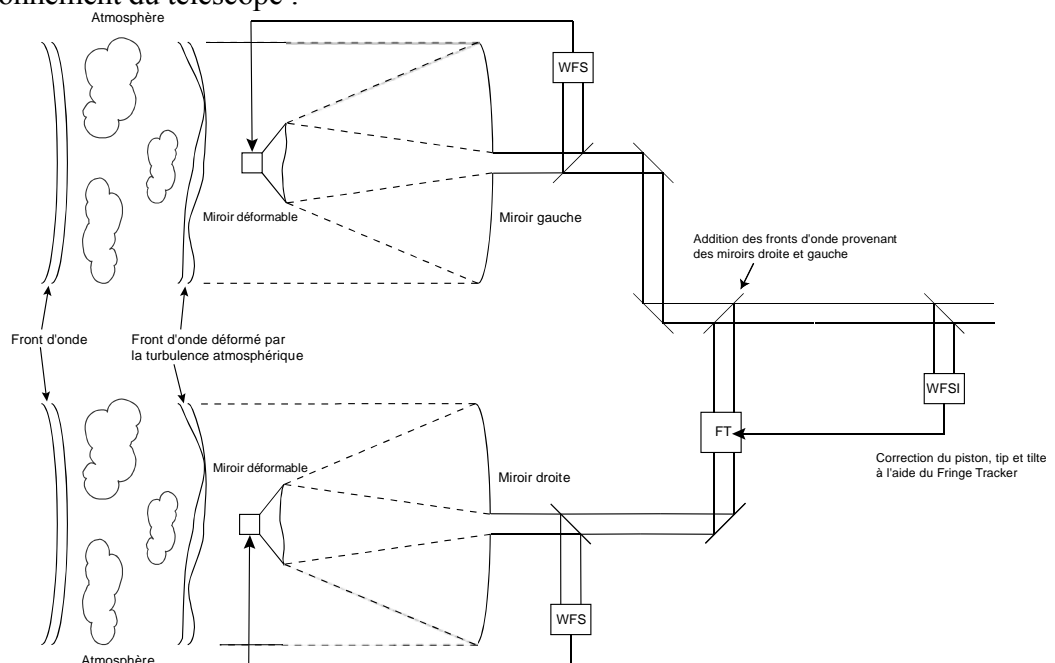


Figure 0-1 : Schéma de principe du LBTI

STRUCTURE DU DOCUMENT ET TRAVAIL EFFECTUÉ

Ce document a été rédigé lors du travail de diplôme effectué au Steward Observatory en Arizona. Des références sont faites au document préalablement rédigé dans le cadre du travail de semestre réf. [7] réalisé à Yverdon.

Le premier chapitre propose une brève introduction à l'optique adaptative ainsi qu'une description du télescope modélisé lors de ce travail de diplôme à savoir le LBT (Large Binocular Telescope) et de l'interféromètre.

Dans le deuxième chapitre, la modélisation des différents blocs des deux boucles d'optique adaptative et de la boucle du fringe tracker est définie. Les caractéristiques importantes, relevées dans mon travail de diplôme, sont rappelées. Le modèle Simulink du LBTI qui réunit les trois boucles est aussi décrit.

Le troisième chapitre rappelle et résume les différents algorithmes créés au cours du travail de semestre. Ces algorithmes permettent d'obtenir des signaux modaux conformes à la réalité et caractéristiques de la turbulence atmosphérique. Ces signaux sont nécessaires à une bonne simulation du modèle du télescope. Ils permettent d'obtenir l'erreur résiduelle des différents modes de Zernike.

Dans le quatrième chapitre, les résultats des différentes simulations sont affichés et commentés. La fin du chapitre résume les différents résultats et tire les conclusions nécessaires pour améliorer l'erreur résiduelle du système global.

La prédominance de l'erreur résiduelle du piston par rapport aux erreurs résiduelles des autres modes de Zernike établie au chapitre quatre a motivé la création de ce chapitre. Le cinquième chapitre propose une optimisation du régulateur de la boucle du fringe tracker qui a pour effet de diminuer l'erreur résiduelle du piston. Les performances de l'optimisation sont analysées à la fin du chapitre.

Le cinquième chapitre est consacré à étudier comment exploiter l'information fournie par le senseur de front d'onde utilisé par l'interféromètre pour améliorer la performance du système d'optique adaptative.

Dans la dernière partie du travail de diplôme, l'optimisation apportée au régulateur de la boucle du fringe est intégrée à la simulation spatio temporelle.

1. DESCRIPTION THÉORIQUE

1.1 LE TÉLESCOPE

Une grande partie du travail de diplôme consiste à modéliser et ensuite optimiser les performances du Large Binoculaire Télescope (LBT) situé au Mt. Graham en Arizona. Le télescope en cours de construction est constitué d'une paire de miroirs primaires d'un diamètre de 8.417 m couplés sur la même monture. Les primaires sont séparés d'une distance de 4m et possèdent en leur centre un trou d'un diamètre de 0.889m. Le télescope possède également une paire de miroirs secondaires déformables à l'aide de 672 actionneurs utilisés par le système d'optique adaptative. Les deux miroirs peuvent être utilisés séparément, ou comme un seul miroir de 22.8m en envoyant la lumière à une caméra située entre les deux miroirs par interférométrie. Les images obtenues de cette manière permettront de distinguer des détails dix fois plus petits que ceux obtenus par le Télescope Hubble.

Pour plus de renseignements sur le télescope ou les différents projets associés, consulter la page web : <http://medusa.as.arizona.edu/lbtwww/>

L'image ci-dessous représente le télescope avec l'interféromètre:

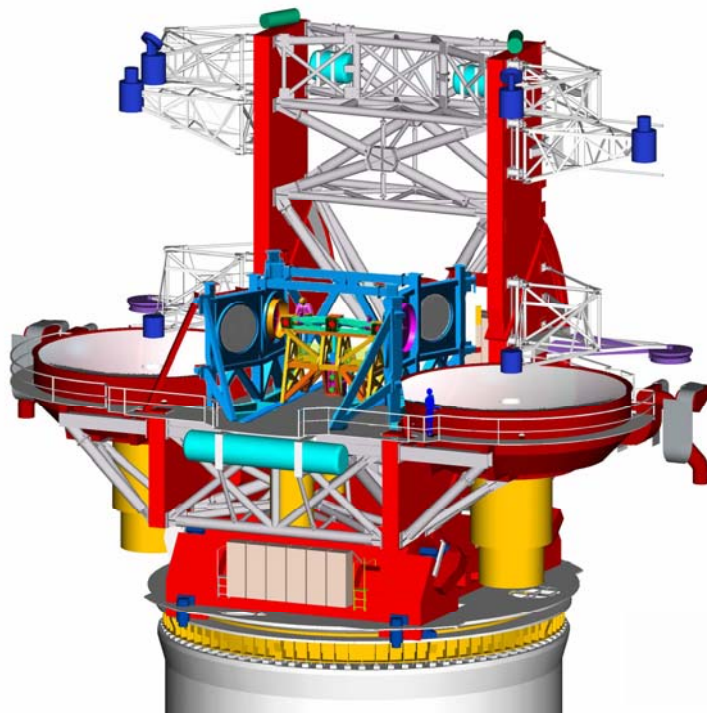


Figure 1-1 : Image du LBT

1.2 L'OPTIQUE ADAPTATIVE

Lorsqu'on observe le ciel avec un télescope depuis la Terre, la lumière qui arrive sur la surface du miroir a traversé l'atmosphère. En traversant l'atmosphère, les différents rayons lumineux d'un même objet stellaire ont chacun parcouru un chemin optique distinct. Les caractéristiques de l'atmosphère sont telles qu'il y a une différence de température entre les différents chemins optiques. Puisque la vitesse de la lumière dépend de l'indice de réfraction du milieu qu'elle traverse et que ce dernier est dépendant de la température, cette différence de chemin entraîne une fluctuation dynamique de la phase de l'onde réceptionnée. Cet effet se traduit par une perte de résolution de l'image reconstituée.

En contrôlant en la surface d'un miroir déformable à l'aide d'une boucle de régulation, l'optique adaptative permet de corriger en temps réel cette turbulence atmosphérique et ainsi d'obtenir des images de meilleure résolution.

1.3 L'INTERFÉROMÈTRE

Un des objectifs de construire des télescopes à deux miroirs primaires est de pouvoir effectuer de l'interférométrie. Le Large Binoculaire Telescope Interféromètre (LBTI) est un projet financé par la NASA. L'objectif de ce projet est de tester et développer un interféromètre stellaire à annulation. Cette technique est étudiée en préparation du projet [Terrestrial Planet Finder](#) et permettra l'observation de planètes extrasolaires. La technique utilisée a été développée par Bracewell et MacPhie en 1979; elle annule la lumière en provenance de l'étoile. Le Nulling est effectué en retardant la phase d'une demi période d'un des deux fronts d'onde avant leur addition. L'effet recherché est d'annuler la lumière au centre de l'interféromètre. L'instrument du LBTI est situé entre les deux miroirs primaires.

En 1998, un prototype d'un Nulling Interféromètre a été placé sur le Multiple Miroir Telescope (MMT) pour tester cette technique réf.[15]. Suite à des modifications apportées au MMT, notamment la mise en place d'un seul miroir de 6.5 mètre de diamètre, un instrument a été développé pour utiliser deux parties de la pupille pour faire de l'interférométrie réf. [9]. Les bons résultats obtenus ont motivé le développement d'un interféromètre pour le LBT réf. [10], [11], [13].

2. MODÈLE DYNAMIQUE DU LBTI

Dans cette partie, les deux boucles d'optique adaptative sont décrites, de même que la boucle du fringe tracker. Une nouvelle dénomination plus appropriée a été mise en place par rapport à celle utilisée pendant le travail de semestre. Le nom "LBT" a été remplacé par "boucle d'optique adaptative" et le nom "LBTI" par "boucle du fringe tracker". La boucle du fringe tracker est celle qui corrige, à l'aide du Beam Pass Combiner (BPC), le piston, tip et tilt dans l'interféromètre.

Le programme Matlab *LBTI_param.m* appelle le programme *ident_DM.m* qui initialise les différents paramètres et effectue la synthèse du régulateur de la boucle d'optique adaptative. Il est ensuite demandé à l'utilisateur quel modèle du fringe tracker il veut utiliser. En fonction de cela, le programme appelle soit *identFT_ideal.m* soit *identFT_actuel.m* qui effectue les mêmes opérations pour la boucle du fringe tracker avec le modèle choisi. Le choix de la fréquence d'échantillonnage de la boucle du fringe tracker est également demandé à l'utilisateur.

2.1 MODÈLE DYNAMIQUE DE LA BOUCLE D'OPTIQUE ADAPTATIVE

Aucune modification n'a été faite sur les différents éléments constituant les deux boucles d'optique adaptative par rapport à la description faite au travail de semestre. Les caractéristiques du miroir déformable ont été obtenues à partir de mesures effectuées réf.[14] et les différents retards purs ont été obtenus à partir de différents mails échangés fournis en annexe: A.2. La synthèse du régulateur a été revue et le gain de l'intégrateur est fixé par la méthode de Bode.

Ci-dessous, les deux boucles d'optique adaptative obtenues au cours du travail de semestre sont rappelées :

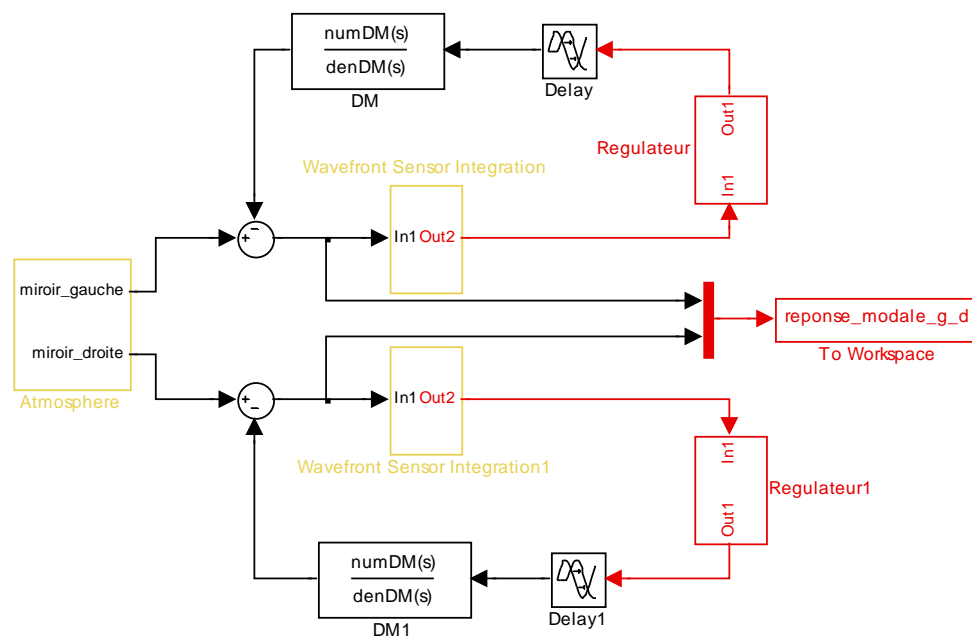


Figure 2-1 : Modèle Simulink des deux boucle d'optique adaptative

Les fonctions de transfert et la valeur du retard pur sont rappelées ci-dessous:

$$WFS = \frac{1 - e^{-T \cdot s}}{T \cdot s}$$

$$DM = \frac{1}{1 + T_x \cdot s + T_y \cdot s^2} = \frac{1}{1 + 4.553 \cdot 10^{-6} \cdot s + 0.148 \cdot 10^{-6} \cdot s^2} \quad 2.1$$

$$\begin{aligned} \text{DelayAO} &= \text{Read_out} + \text{Reconstruction_Delay} + \text{Regul2DM_Delay} \\ &= 940 \mu\text{s} + 45 \mu\text{s} + 40 \mu\text{s} = 1.025 \text{ ms} \end{aligned}$$

DelayAO représente la somme des retards purs de la boucle d'optique adaptative. Cette somme contient le temps de lecture du senseur de front d'onde (WFS) (*Read_Out*), le temps de reconstruction des modes de Zernike (*Reconstruction_Delay*) et le retard pur entre le régulateur et le miroir déformable (*RegulDM_Delay*). Ces différents retards ont été regroupés dans le modèle Simulink afin d'éviter des erreurs de synchronisation lors de la simulation.

2.1.1 Synthèse du régulateur

L'architecture du régulateur est la même que celle obtenue au cours du travail de semestre. Elle comporte un intégrateur et un prédicteur de Smith. Un intégrateur a été choisi car il faut intégrer la différence de l'erreur de phase provenant du senseur de front d'onde. Le prédicteur de Smith permet au régulateur d'anticiper la réaction du système, ce qui permet d'obtenir une réponse du système de même forme que celle obtenue sans retard pur mais retardée du nombre d'échantillons du prédicteur de Smith.

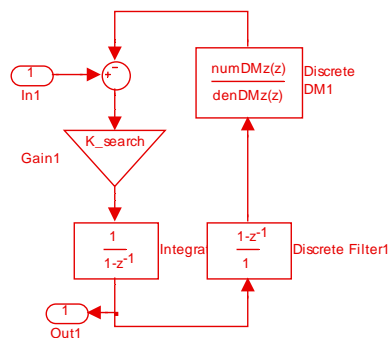


Figure 2-2 : Schéma Simulink du régulateur de la boucle d'optique adaptative.

La manière optimale de calculer le gain du régulateur est de minimiser l'erreur résiduelle de chaque mode de Zernike Φ_z . L'équation ci-dessous permet, à partir du spectre de l'excitation du mode de Zernike et de la fonction de transfert de la boucle d'optique adaptative, de calculer l'erreur résiduelle. Il suffit de calculer pour quelle valeur du gain de l'intégrateur, cette intégrale est la plus petite pour obtenir le gain optimal pour chaque mode de Zernike.

$$\Phi_z = \int_0^{\infty} \left(|H(f)|^2 \cdot |M_z(f)|^2 \right) df \quad 2.2$$

$$\frac{d\Phi_z}{dK} = 0$$

Avec :

- $M_z(f)$ = spectre de l'excitation du mode de Zernike
- $H(f)$ = fonction de transfert de la boucle d'optique adaptative
- K = gain de l'intégrateur

Cette manière de fixer le gain permet d'obtenir le gain de l'intégrateur qui octroie l'erreur résiduelle la plus faible. Pour obtenir le spectre des excitations modales des différents modes de Zernike, il suffit de calculer la transformée de Fourier des excitations modales obtenues au chapitre trois. Les fonctions de transfert de la boucle d'optique ont fortement été inspirées du programme *controller_synthesis.m* de F.Wildi, décrit dans le document *Description of the algorithms used for the AO simulation* réf [5]. En faisant varier le gain de l'intégrateur et en calculant l'erreur résiduelle à l'aide de l'équation 2.2, un minimum est obtenu. On peut observer ce comportement pour le quatrième mode de Zernike dans la figure ci-dessous :

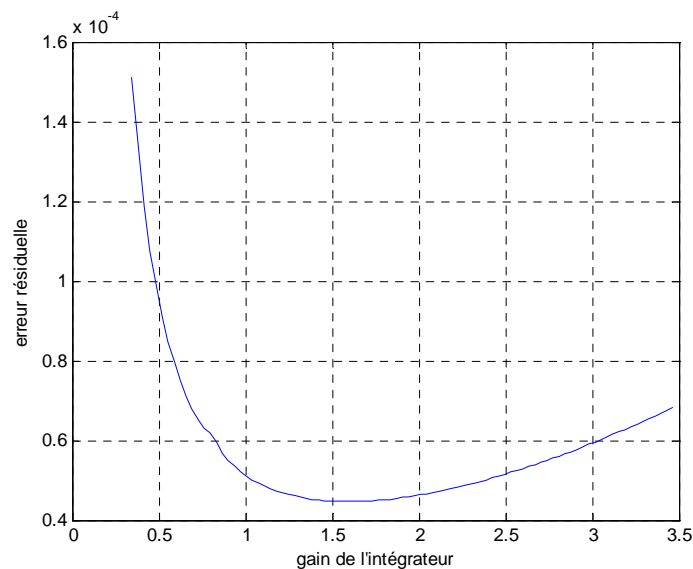


Figure 2-3 : Erreur résiduelle de la boucle d'optique adaptative pour le quatrième mode de Zernike en fonction du gain de l'intégrateur

Les gains de l'intégrateur permettant d'obtenir la plus petite erreur résiduelle de chaque mode de Zernike sont représentés ci-dessous :

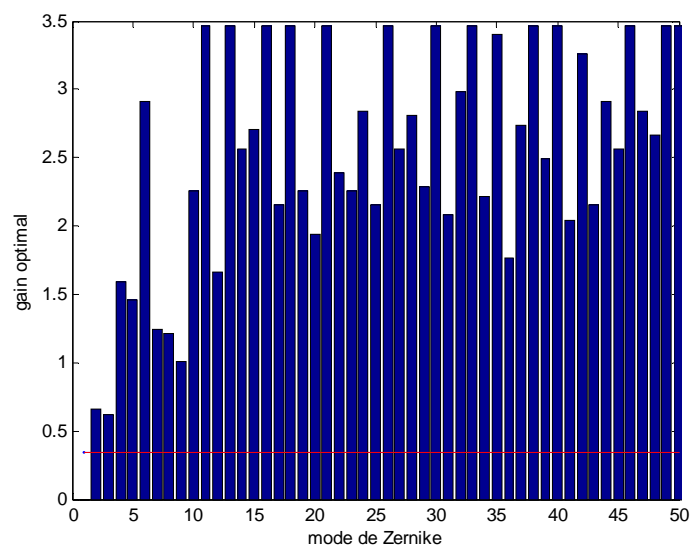


Figure 2-4 : Gain obtenu en minimisant l'erreur résiduelle pour les 50 premiers modes de Zernike.

On constate que les gains de l'intégrateur sont très grands. Pour garantir la stabilité du système, il faut s'assurer que les gains ne rendent pas le système instable. Le programme *ident_DM.m* effectue cette synthèse par la méthode de Bode. Comme il peut être observé sur la Figure 2-5, le gain de l'intégrateur est calculé de manière à avoir une marge de phase de 45° et une marge de gain de 8dB. Ces paramètres octroient une réponse indicelle correspondant à un ξ de 0.707 ce qui fixe le taux d'amortissement du système. La synthèse a été effectuée sans prendre en compte les retards purs. Ces retards purs étant compensés par le prédicteur de Smith.

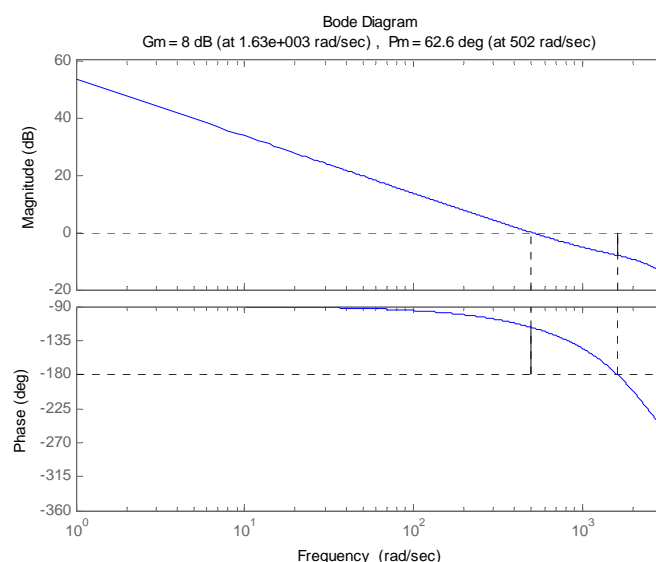


Figure 2-5 : Diagramme de Bode en boucle ouverte du système d'optique adaptative

Le gain ainsi obtenu est égal à 0.4819. Cette limite du gain est représentée par un trait en rouge sur la Figure 2-4. Tous les gains calculés en minimisant l'erreur résiduelle sont plus grands. Ce qui veut dire que le gain du régulateur est limité par la stabilité du système.

Pour effectuer une bonne prédiction, le nombre d'échantillons du prédicteur de Smith doit être égal au retard pur. Dans notre cas, le retard pur n'étant pas un multiple de la période d'échantillonnage, il nous faut choisir entre un nombre d'échantillons inférieurs ou supérieurs. Le retard total du système étant de 1.025 ms auquel il faut ajouter une demi période d'échantillonnage dû au retard du WFS. Après avoir testé les deux possibilités, le nombre d'échantillons du prédicteur de Smith a été fixé à 1. Ce choix octroyant la réponse indicielle la plus proche d'une système possédant un ζ de 0.707.

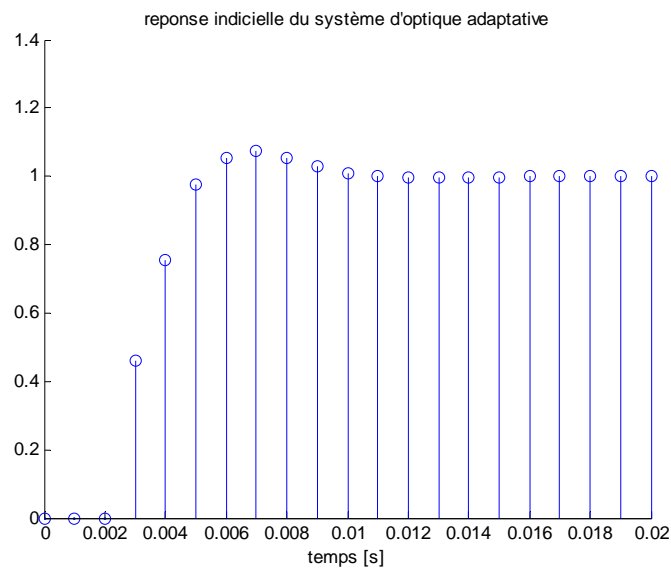


Figure 2-6 : Réponse indicielle du système d'optique adaptative obtenue à partir de la simulation Simulink.

Dans la figure ci-dessus, on constate que le temps de réglage est de l'ordre de la dizaine de milli secondes, ce qui est logique vu les caractéristiques du miroir déformable.

2.2 MODÈLE DYNAMIQUE DE LA BOUCLE DU FRINGE TRACKER

La structure de la boucle du fringe tracker reste la même que celle décrite au travail de semestre. Cependant deux modèles du Beam Pass Combiner (BPC) ont été utilisés. Le BPC est l'élément qui effectue une correction du piston, tip et tilt dans la boucle du fringe tracker. Le BPC est constitué d'un élément piézo-électrique (PZT) et d'un amplificateur. La réponse indicielle du BPC avec l'amplificateur et le PZT n'étant pas connue, deux modèles ont été établis.

Le premier modèle (modèle idéal) est le même que celui obtenu au travail de semestre. Ce modèle a été obtenu d'après les caractéristiques acquises au travail de semestre. Il prend en considération la réponse très rapide du PZT mais pas celle de l'amplificateur.

Le deuxième modèle (modèle actuel) est beaucoup plus lent, il tient compte d'un grand retard dû à l'amplificateur.

2.2.1 Modèle du BPC

2.2.1.1 Modèle idéal du BPC

Le modèle idéal du BPC est le même que celui obtenu au cours du travail de semestre. Celui-ci a été obtenu à l'aide des caractéristiques de l'élément piézo-électrique réf.[12]. Un filtre a été ajouté pour ne pas exciter les composantes spectrales instables du PZT.

2.2.1.2 Filtre

Pour modéliser le filtre, un système d'ordre 1 avec une fréquence de coupure à 10 [kHz] a été utilisé.

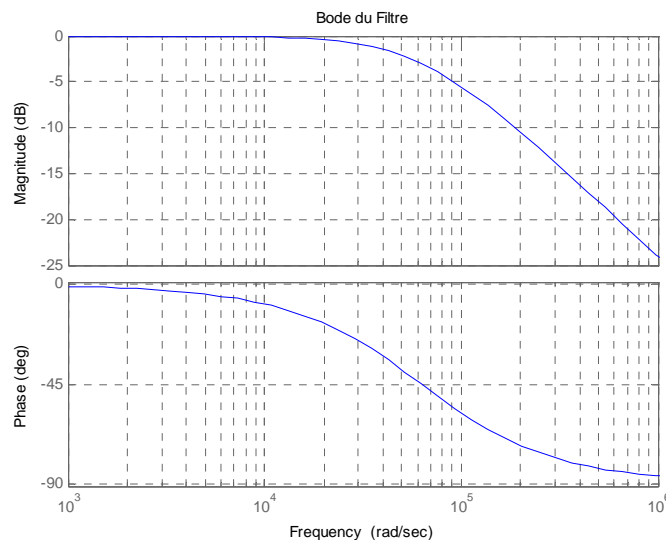


Figure 2-7 : Diagramme de Bode du Filtre

La figure ci-dessus représente le diagramme de Bode du filtre qui correspond bien aux descriptions faites préalablement.

2.2.1.2.1 Piézo

D'après les informations obtenues, le modèle du fringe tracker est un filtre passe-bas d'ordre 2 avec une fréquence de coupure à 1.2 kHz et un facteur de qualité égal à 2. Le calcul de ω_0 en connaissant le facteur de qualité et la fréquence de coupure est détaillé en annexe: A.3.

La figure ci-dessous représente la réponse indicielle du PZT.

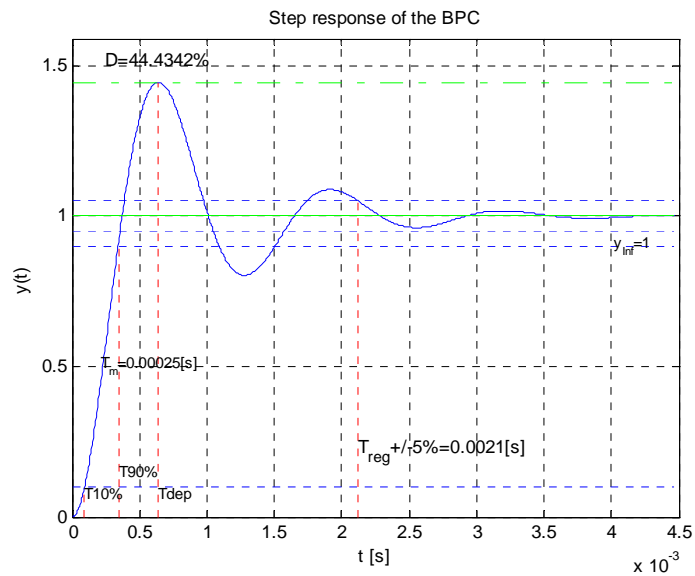


Figure 2-8 : Réponse indicielle du PZT.

Finalement, le modèle en s, le Bode et la réponse indicielle du BPC sont représentés:

$$BPC = \frac{1}{1 + 1.146 \cdot 10^{-4} \cdot s + 4.033 \cdot 10^{-8} \cdot s^2 + 6.17 \cdot 10^{-13} \cdot s^3} \quad 2.3$$

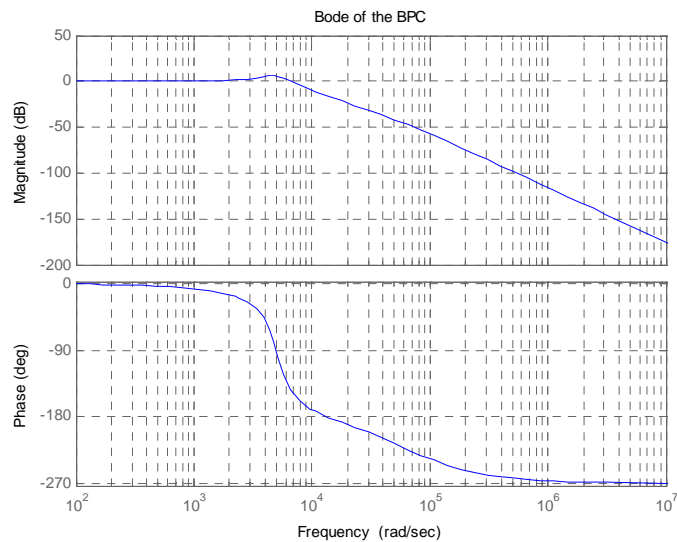


Figure 2-9 : Diagramme de Bode du BPC modèle idéal

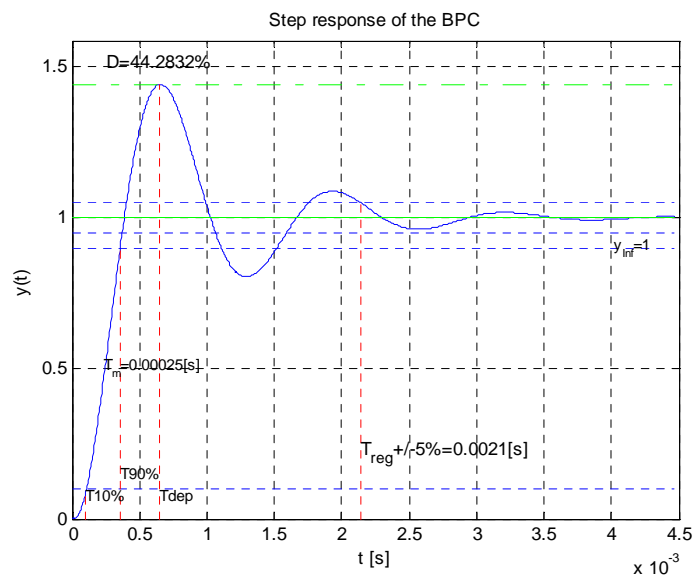


Figure 2-10 : Réponse indicielle du BPC modèle idéal

2.2.1.3 Modèle actuel du BPC

D'après les informations obtenues au Steward Observatory, le temps de montée du BPC est limité par la réponse indicielle de l'amplificateur qui est entre 5 et 10 ms. Des mesures doivent être effectuées et une réponse plus rapide est attendue. La réponse indicielle du PZT est beaucoup plus rapide que celle de l'amplificateur, le BPC est modélisé d'après les caractéristiques de l'amplificateur. Un système d'ordre 2 a été utilisé ci-dessous, le modèle en s , le Bode et la réponse indicielle du BPC sont représentés:

$$BPC = \frac{1}{1 + 3.79 \cdot 10^{-3} \cdot s + 1.03 \cdot 10^{-5} \cdot s^2} \quad 2.4$$

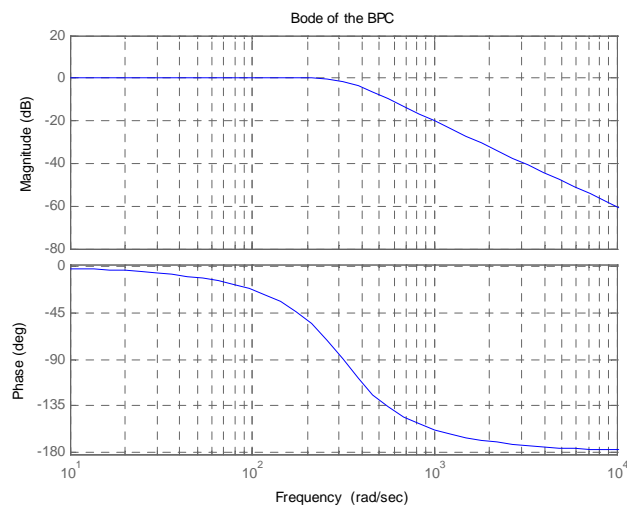


Figure 2-11 : Diagramme de Bode du BPC modèle actuel

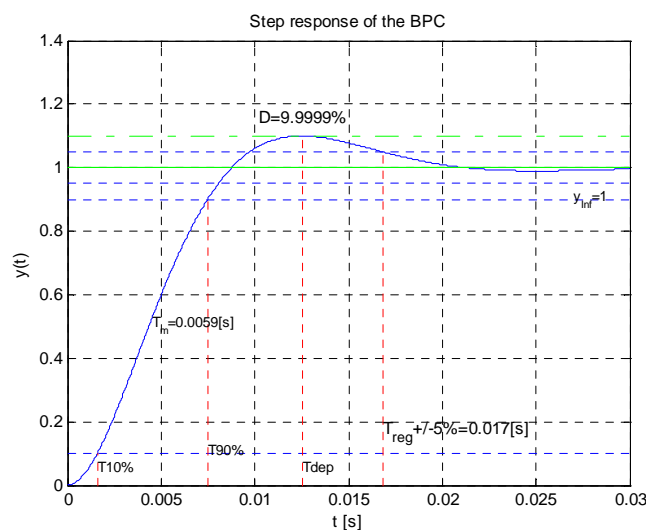


Figure 2-12 : Réponse indicielle du BPC modèle actuel

2.2.2 Modèle Simulink

Ci-dessous, le schéma Simulink de la boucle du fringe tracker est représenté. Le même schéma est utilisé pour les deux modèles du BPC. La boucle de réglage de la correction du piston est pour le moment semblable à celle du tip et tilt. Pour pouvoir modifier ultérieurement une des deux boucles, elles ont été modélisées de manière distincte.

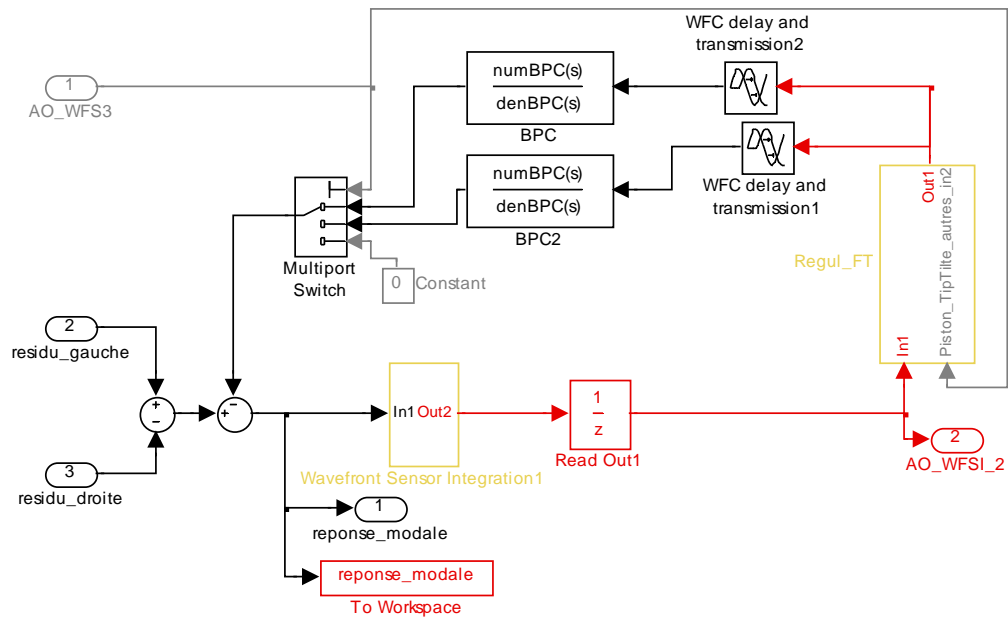


Figure 2-13 : Schéma Simulink de la boucle de réglage du fringe tracker.

Les différences entre les deux modèles sont rappelées ci-dessous :

Modèle actuel:

$$BPC = \frac{1}{1 + 3.79 \cdot 10^{-3} \cdot s + 1.03 \cdot 10^{-5} \cdot s^2} \quad 2.5$$

$$\begin{aligned} \text{DelayFT} &= \text{FTReconstruct_Delay} + \text{Regul2BPC_Delay} \\ &= 45 \mu\text{s} + 100 \mu\text{s} = 145 \mu\text{s} \end{aligned}$$

Modèle idéal:

$$BPC = \frac{1}{1 + 1.146 \cdot 10^{-4} \cdot s + 4.033 \cdot 10^{-8} \cdot s^2 + 6.17 \cdot 10^{-13} \cdot s^3} \quad 2.6$$

$$\begin{aligned} \text{DelayFT} &= \text{FTReconstruct_Delay} + \text{Regul2BPC_Delay} \\ &= 45 \mu\text{s} + 100 \mu\text{s} = 145 \mu\text{s} \end{aligned}$$

Les différents retards purs sont les mêmes pour les deux modèles du BPC. Un retard pur d'une période d'échantillonnage a été placé après le WFS, celui-ci correspond au temps de lecture du WFS. DelayFT représente tous les autres retards purs de la boucle, le temps de reconstruction des modes de Zernike ($\text{FTReconstruct_Delay}$) et le retard pur entre le régulateur et le BPC (Regul2BPC_Delay).

ne seront pas présentés. Les gains obtenus sont de 0.583 pour le modèle idéal et de 0.214 pour le modèle actuel.

Les programmes `IdentFT_ideal.m` et `IdentFT_actuel.m` initialisent les différents paramètres de la boucle de réglage du fringe tracker et effectuent également la synthèse du régulateur pour le modèle du BPC à la fréquence d'échantillonnage choisie.

2.2.3.1 Synthèse du régulateur du modèle idéal du BPC

On observe dans le diagramme de Bode en boucle ouverte de la boucle du fringe tracker Figure 2-15 que la stabilité du système est fixée par la marge de gain, la marge de phase étant supérieure à 45° .

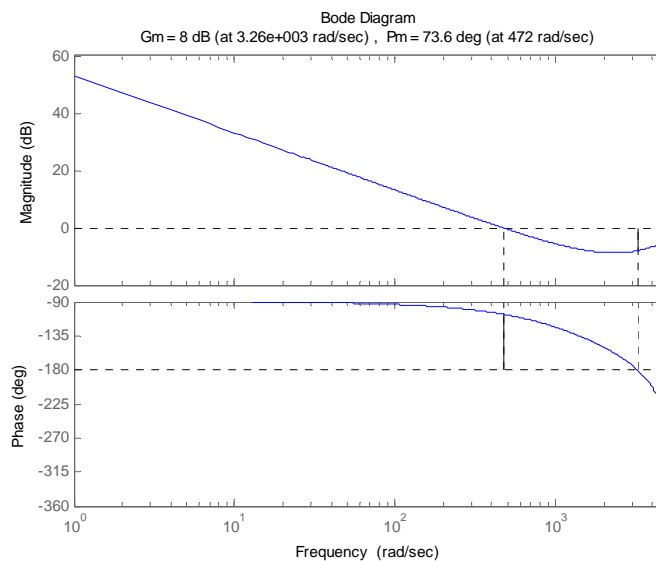


Figure 2-15 : Diagramme de Bode de la boucle du fringe tracker en boucle ouverte.

Comme pour la synthèse du régulateur du miroir déformable, le nombre d'échantillons du prédictor de Smith doit être égal au retard pur. Le retard total du système est égal à la somme des retards purs plus la moitié du temps d'intégration du senseur de front d'onde :

$$\text{Delay_Total} = \text{DelayFT} + \text{Read_Out} + \frac{1}{2} h = 145 \mu s + 1 \text{ms} + 0.5 \text{ms} = 1.645 \text{ms}$$

Le nombre d'échantillons du prédictor de Smith a été fixé à 1. Ce choix octroie la meilleure réponse indicielle.

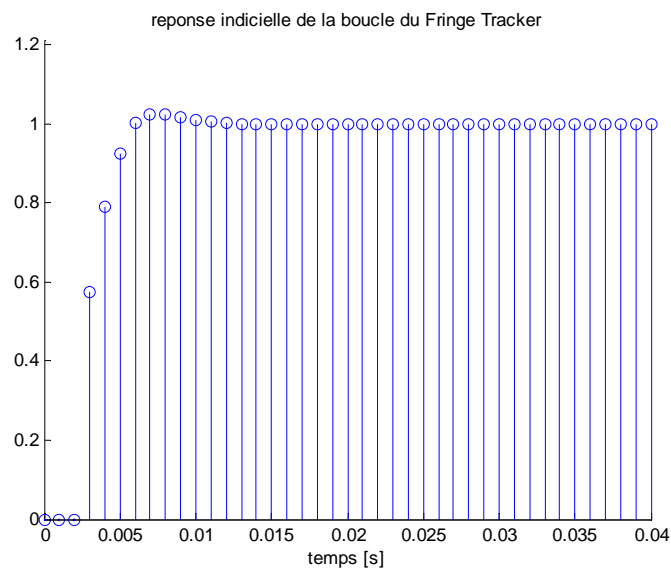


Figure 2-16 : Réponse indicielle de la boucle du fringe tracker obtenue à partir de la simulation Simulink.

La réponse indicielle de la boucle du fringe tracker obtenue à partir de la simulation Simulink Figure 2-16 est très proche d'un système possédant un taux d'amortissement de 0.707. La différence provient des retards purs plus petits qu'une période d'échantillonnage qui ne sont pas compensés par le prédicteur de Smith. Le temps de réglage est de l'ordre de la dizaine de milli secondes. Ce résultat est logique vu la réponse indicielle du BPC Figure 2-10.

2.2.3.2 Synthèse du régulateur du modèle actuel du BPC

Dans la fonction de transfert en boucle ouverte de la boucle du fringe tracker Figure 2-17, nous constatons, comme pour la synthèse du modèle idéal, que la stabilité du système est fixée par la marge de gain, la marge de phase étant supérieure à 45° .

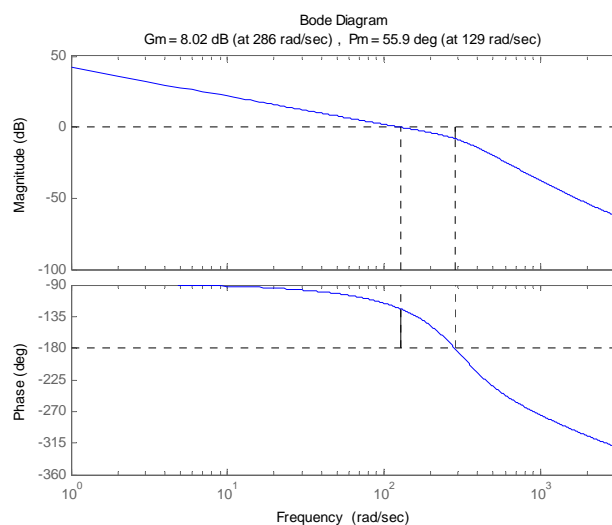


Figure 2-17 : Diagramme de Bode de la boucle du fringe tracker en boucle ouverte.

Le retard total du système est le même que le modèle idéal. Le nombre d'échantillons du prédicteur de Smith a été fixé à 1. Il a été choisi de la même manière que pour le modèle idéal.

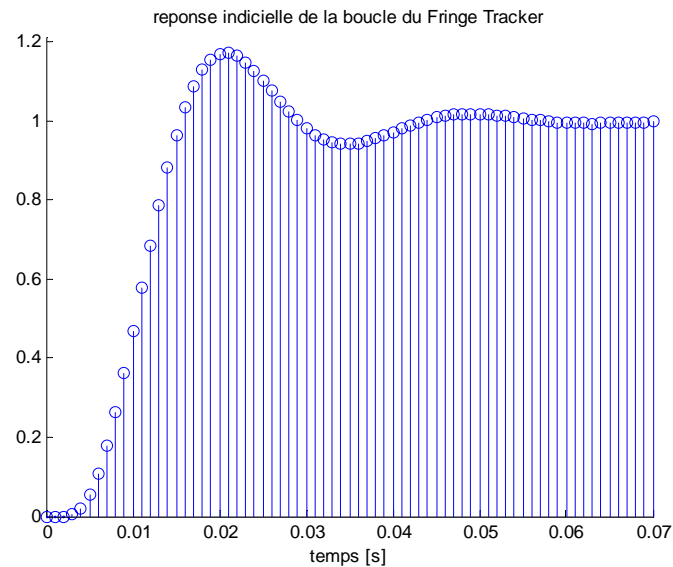


Figure 2-18 : Réponse indicielle de la boucle du fringe tracker obtenue à partir de la simulation Simulink.

Nous pouvons faire les mêmes remarques à propos de la réponse indicielle de la boucle du Fringe tracker Figure 2-18 que celles faites pour le modèle idéal Figure 2-16. La seule différence est un temps de réglage plus grand. Cela s'explique simplement par le fait que la réponse indicielle du BPC est beaucoup plus lente, Figure 2-12.

2.3 MODÈLE SIMULINK DU LBTI

Les modèles des boucles d'optique adaptative et ceux du Fringe tracker étant établis, la simulation du LBTI peut être mise en œuvre. Pour simuler tous les modes de Zernike sur le même modèle, il faut prendre en compte le fait que la boucle d'optique adaptative ne corrige pas le piston et que le Fringe tracker ne corrige que les 3 premiers modes de Zernike (piston, tip, tilt). La variable 'Piston_TipTilte_autres' et les interrupteurs ajoutés permettent d'ouvrir la boucle d'optique adaptative pour le piston et de fermer la boucle pour les autres modes. Elles permettent aussi de fermer la boucle du fringe tracker pour le piston tip et tilt et de l'ouvrir pour les modes supérieurs. Lors de la simulation du piston, la sortie "miroir gauche" du sous-système atmosphère délivre directement le piston différentiel calculé lors de la décomposition en mode de Zernike et la sortie "miroir droit" est fixée à zéro. Il n'est donc pas nécessaire d'ouvrir la boucle d'optique adaptative du miroir droit pour le piston.

Ci-dessous le modèle du LBTI qui comprend la boucle d'optique adaptative et celle du fringe tracker tout en incluant le sous système Atmosphère :

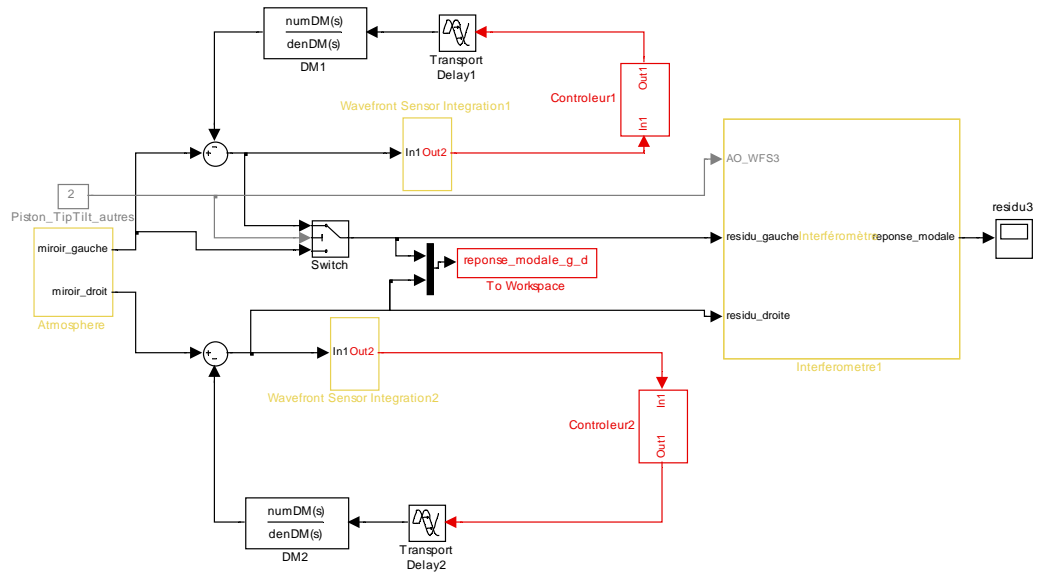


Figure 2-19 : modèle du LBT

Ci-dessous, le modèle de la boucle du fringe tracker :

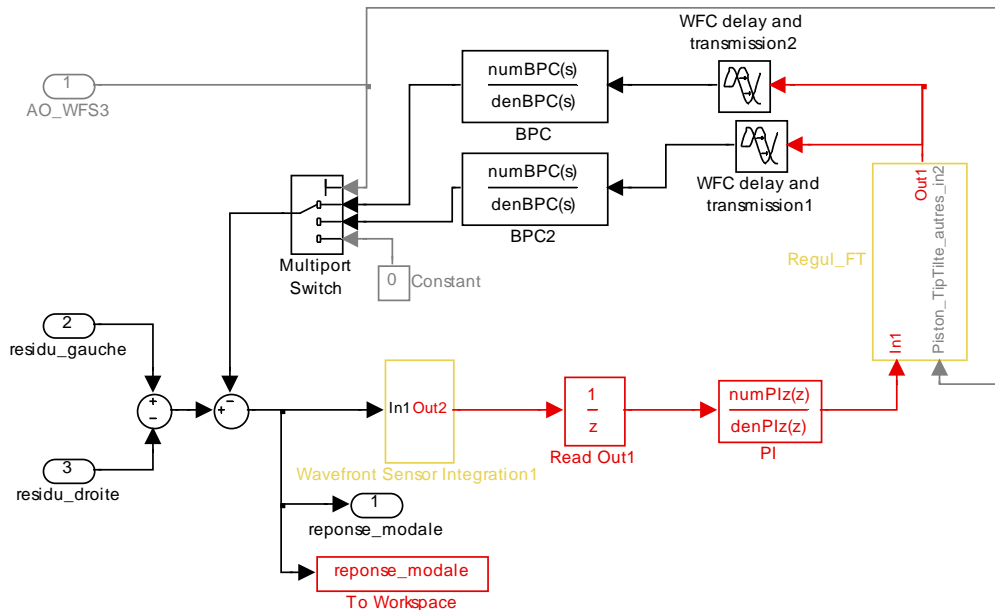


Figure 2-20 : boucle du fringe tracker du LBT

Le pas de simulation minimum a été fixé à 100us, ce qui est inférieur au retard pur le plus petit du système qui est le **DelayFT** du fringe tracker. Ce paramètre peut entraîner des erreurs de synchronisation de l'ordre du pas de simulation. Elles ne sont donc que de 100us, puisque les signaux résiduels sont échantillonnés toutes les milli secondes, une erreur de cette ampleur peut être tolérée.

Pour obtenir de bons résultats, il faut simuler le modèle avec chaque excitation modale et récupérer les signaux à l'entrée des senseurs de front d'onde des deux boucles d'optique adaptative ainsi que le signal à l'entrée du senseur de front d'onde de l'interféromètre.

Le signal à l'entrée du senseur de front d'onde de la boucle du fringe tracker correspond à l'erreur résiduelle de la boucle du fringe tracker. Cette erreur résiduelle détermine les performances du système d'optique adaptative et de la boucle du fringe tracker. Une grande partie de ce travail de diplôme consiste à diminuer cette erreur résiduelle et notamment la somme quadratique de l'erreur résiduelle du fringe tracker. Pour faciliter la compréhension, référence sera souvent faite à ces deux composantes sous le nom d'erreur résiduelle et somme quadratique de l'erreur résiduelle.

Le fichier *simul_LBTI.m* permet d'exécuter ces opérations. Les deux premières opérations effectuées sont l'appel du fichier *zernike_screen_load.m* qui charge les excitations modales et le fichier *LBTI_param.m* qui initialise les différents paramètres du LBTI décrits aux points 2.1 et 2.2. Le programme simule ensuite le modèle sous Simulink pour toutes les excitations modales.

L'erreur résiduelle des boucles d'optique adaptative *residu_g_d* ainsi que l'erreur résiduelle de la boucle du fringe tracker *residu* sont sauvegardées sous *nulling_x_y_z.mat* pour permettre une exploitation future des résultats sans devoir répéter la simulation.

Pour une plus grande compréhension des différents programmes utilisés et le passage de paramètres, la figure suivante présente toute une simulation en partant de la génération des fronts d'onde :

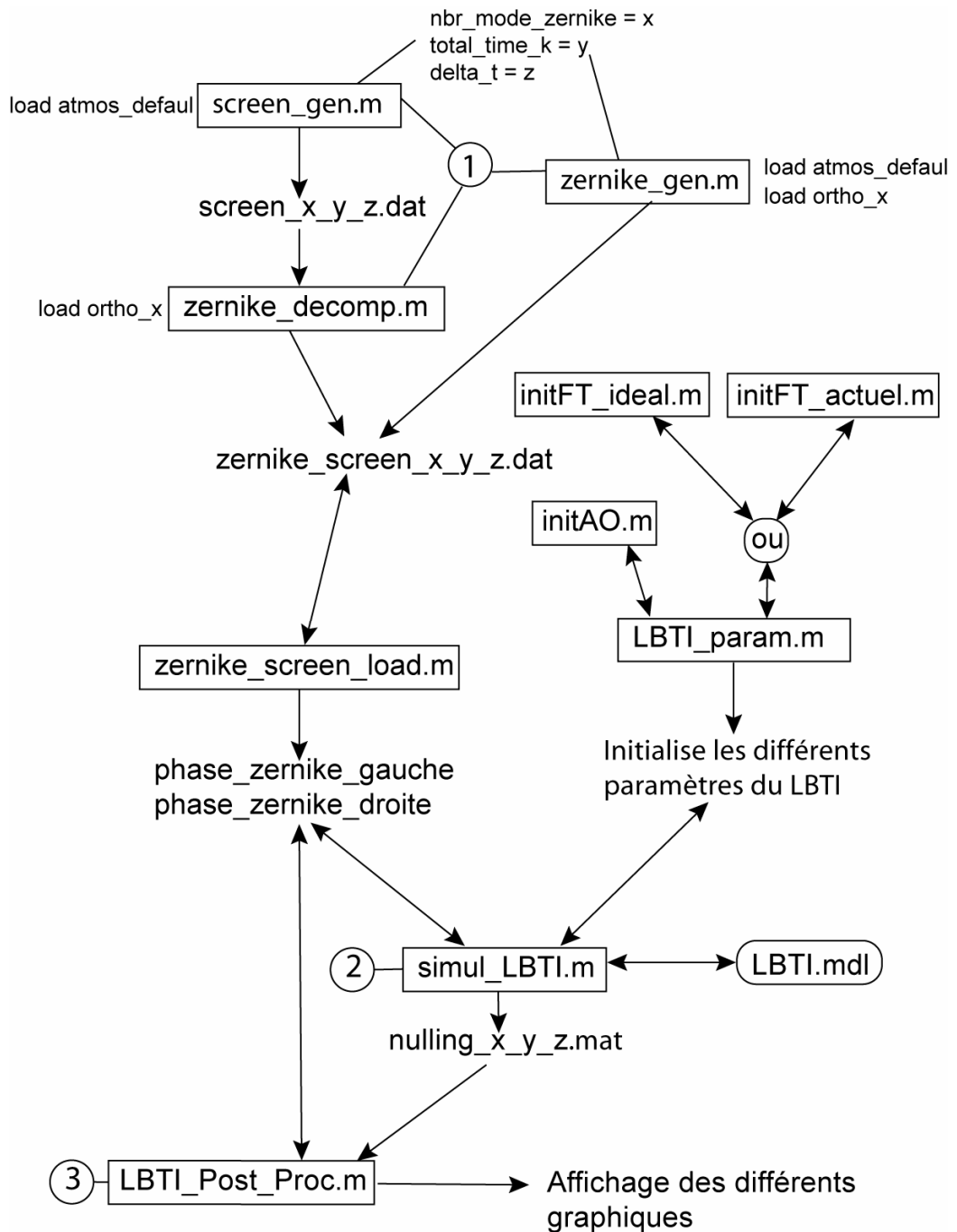


Figure 2-21 : plan de simulation

Le document Procedure.doc donne une brève explication des différentes étapes à suivre pour effectuer une simulation. Le document est également fourni en annexe: A.1.

3. GÉNÉRATION D'EXCITATIONS MODALES

Les excitations modales utilisées dans Simulink sont les mêmes que celles qui ont été générées pendant le travail de semestre. Un front d'onde représentant la turbulence de l'atmosphère d'après le modèle de Kolmogorov est généré. Ce front d'onde est ensuite décomposé en mode de Zernike. L'amplitude du front d'onde étant supposée constante et égale à un, la phase du front d'onde est la seule valeur simulée. A la fin du chapitre, une comparaison des excitations modales obtenues par rapport à différentes théories est effectuée.

Le programme *screen_gen.m* permet de générer un front d'onde qui peut être décomposé en mode de Zernike à l'aide du programme *zernike_decomp.m*.

Le programme *zernike_gen.m* effectue directement la décomposition du front d'onde en mode de Zernike sans sauvegarder le front d'onde qui occupe beaucoup d'espace mémoire.

3.1 GÉNÉRATION DU FRONT D'ONDE

Lors de la génération du front d'onde, une matrice correspondante au front d'onde est générée d'après les caractéristiques de l'atmosphère décrites par la structure *atmos_struct*. Celle-ci définit le nombre de couches de l'atmosphère simulée. Chacune de ces couches est caractérisée par un r_0 , une altitude, un vent et une direction. Ces différentes couches simulent différentes masses d'aire de dimension variant entre L_0 et l_0 . Elles sont aussi définies dans *atmos_struct*. La génération du front d'onde utilise des programmes créés par F.Wildi. Pour plus de détails concernant les différents codes, consulter le document réf.[5].

Pour ne pas rencontrer de problèmes de repliement spatial, il faut que la fréquence spatiale qui correspond à la taille du miroir divisé par le nombre d'échantillons en x soit plus grande que la moitié de l_0 . Le nombre d'échantillons et la taille du miroir étant fixés, l_0 doit être supérieur à 7cm.

$$l_0 > \frac{\text{Diamètre du miroir}}{\text{nbr d'échantillons en } x} \cdot 2 = \frac{8.4}{240} \cdot 2 = 7 \text{ cm} \quad 3.1$$

Pour ne pas rencontrer de problèmes de repliement temporel, il faut également que la fréquence d'échantillonnage du front d'onde soit au moins deux fois supérieure à la vitesse du vent divisée par l_0 .

La fréquence d'échantillonnage du front d'onde étant fixée par la fréquence d'échantillonnage du WFS qui est égale à 1 kHz, la vitesse du vent doit être inférieure à 50 m/s.

$$h > \frac{\text{vitesse du vent}}{l_0} \cdot 2$$

$$\Rightarrow \text{vitesse du vent} < \frac{h \cdot l_0}{2} = \frac{1000 \cdot 0.10}{2} = 50 \text{ m/s} \quad 3.2$$

3.2 DÉCOMPOSITION EN MODE DE ZERNIKE

Puisque le modèle du télescope est mono variable, nous ne pouvons introduire directement les fronts d'onde. Il faut d'abord décomposer le front d'onde en mode de Zernike puis appliquer ces signaux au modèle.

Comme la pupille du télescope est un domaine circulaire, nous utilisons la série infinie des polynômes de Zernike pour décomposer la phase des fronts d'onde atmosphériques en une série de polynômes orthogonaux que nous appellerons 'modes'. Ces modes sont l'analogie sur n domaine circulaire des séries de Fourier sur des domaines rectangulaires. Chaque front d'onde est défini par les amplitudes de tous les modes selon lesquels il est décomposé, soit en toute généralité, une série infinie d'amplitudes.

Une fois le front d'onde généré, il est nécessaire de décomposer la matrice du front d'onde I en un vecteur K correspondant aux coefficients modaux. Cette matrice K contient les amplitudes de chaque mode de Zernike. En effectuant cette décomposition à chaque instant d'échantillonnage, l'amplitude de chaque mode est obtenue.

Pour effectuer cette décomposition, il faut utiliser la matrice Z qui est la matrice d'interaction entre l'espace des pentes et celui des modes de Zernike. Cette matrice permet, en disposant des coefficients modaux, par simple multiplication, d'obtenir le front d'onde correspondant. La matrice Z contient 49 lignes correspondantes aux 49 modes de Zernike (le piston n'étant pas compris). Chaque ligne contient un vecteur qui est l'image du n^{ème} mode de Zernike. En transformant ce vecteur en matrice carrée, on obtient directement l'image du mode de Zernike. La figure ci-dessous représente les quatre premières lignes correspondantes aux quatre premiers modes de Zernike.

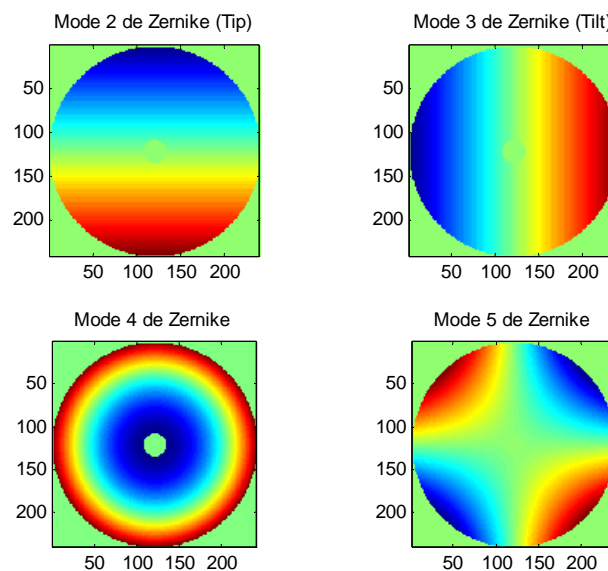


Figure 3-1 : Image des 4 premiers modes de Zernike.

En multipliant la matrice Z par les coefficients modaux, on obtient le front d'onde reconstitué qui correspond aux coefficients modaux. Pour obtenir les coefficients modaux, il suffit d'effectuer l'opération inverse, c'est-à-dire de calculer la solution de l'équation ci-dessous :

$$\underset{[1 \times m]}{K} \cdot \underset{[m \times n^2]}{Z} = \underset{[1 \times n^2]}{I} \quad 3.3$$

Avec: n = le nombre d'échantillons en x
 m = le nombre de modes de Zernike

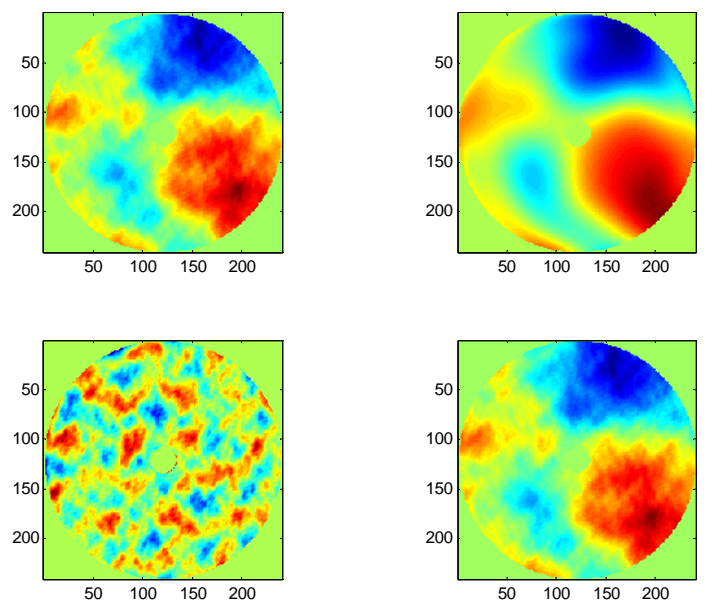
Puisque le nombre de modes de Zernike est plus petit que le nombre d'éléments de la matrice du front d'onde, une approximation des coefficients par les moindres carrés est effectuée. Cette approximation est due au fait que 50 modes de Zernike sont utilisés et non une infinité, ce qui entraîne une erreur résiduelle de décomposition Φ_{Decomp} . Cette erreur peut être facilement calculée. Elle est égale à la différence entre le front d'onde original I et le front d'onde reconstitué à l'aide des coefficients modaux I' .

$$\underset{[1 \times 57600]}{I'} = \underset{[1 \times 49]}{K} \cdot \underset{[49 \times 57600]}{Z} \quad 3.4$$

$$\Phi_{Decomp} = I - I' = I - K \cdot Z$$

L'image ci-dessous illustre bien cette erreur:

Un front d'onde est représenté en haut à gauche. Sur la droite, l'image reconstituée à l'aide de 49 modes de Zernike. En dessous, l'erreur résiduelle de décomposition ainsi que la superposition de cette erreur avec l'image reconstituée. On constate bien que cette image est la même que celle du front d'onde.



f_440composition_et_residu_17.wmf

Figure 3-2 : Illustration de l'erreur résiduelle de décomposition.

Cette erreur sera commentée à la fin de ce paragraphe mais ne sera plus prise en compte pour le reste du travail de diplôme. Cette erreur est dépendante du nombre de modes de Zernike pris en compte lors de la décomposition.

3.3 GÉNÉRATION D'UNE EXCITATION MODALE

La majorité des simulations effectuées utilise les excitations modales générées à partir des paramètres suivants:

- Une couche d'atmosphère avec un vent de 30m/s et un R_0 de 0.16.
- $L_0 = 100\text{m}$ et $l_0 = 10\text{cm}$
- Nombre d'échantillons en $x = 240$.
- $\Delta t = 1\text{e-}3$.
- $\text{Total_time_k} = 10000$, ce qui correspond à une simulation de 10 secondes.
- 50 modes de Zernike.

De tels paramètres garantissent une bonne résolution fréquentielle et une plage de fréquence suffisamment grande tout en respectant les critères énoncés au début de ce chapitre pour éviter le repliement spatial et temporel. Le R_0 et la vitesse du vent correspondent à une condition médiane.

L'écart type des excitations modales de la boucle du fringe tracker est représenté dans la figure qui suit:

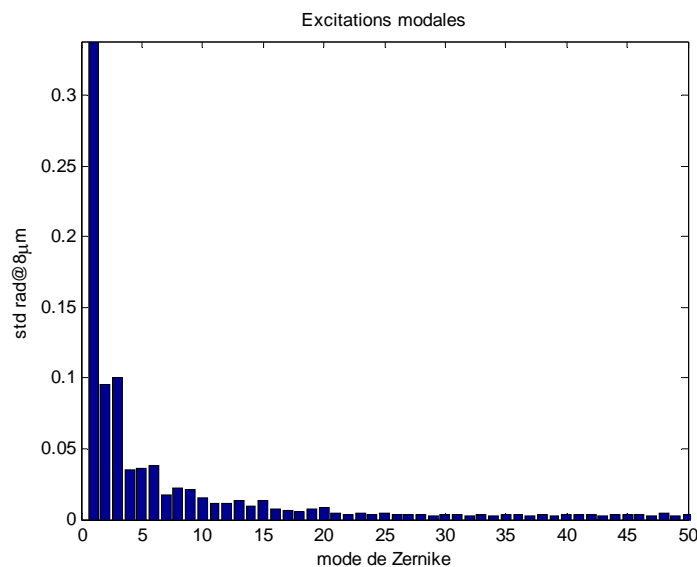


Figure 3-3 : Ecart type des résidus pour les 50 premiers modes de Zernike.

On observe que le mode avec l'écart type le plus élevé est le piston. On remarque aussi qu'en général, plus le mode de Zernike augmente, plus l'écart type diminue.

Modification du sous-système atmosphère

Au travail de semestre, le sous-système atmosphère a été réalisé. Cet élément permet en cliquant dessus de choisir entre un chargement d'une des excitations modales présentes dans le Workspace de Matlab et la génération d'un saut impulsionnel. Suite aux constatations faites pendant le travail de semestre sur la pauvreté spectrale des excitations possibles à l'aide du sous-système atmosphère, la possibilité d'exciter le système avec un bruit blanc gaussien a été ajoutée. La richesse spectrale de la nouvelle excitation permet entre autre d'obtenir la réponse fréquentielle du système.

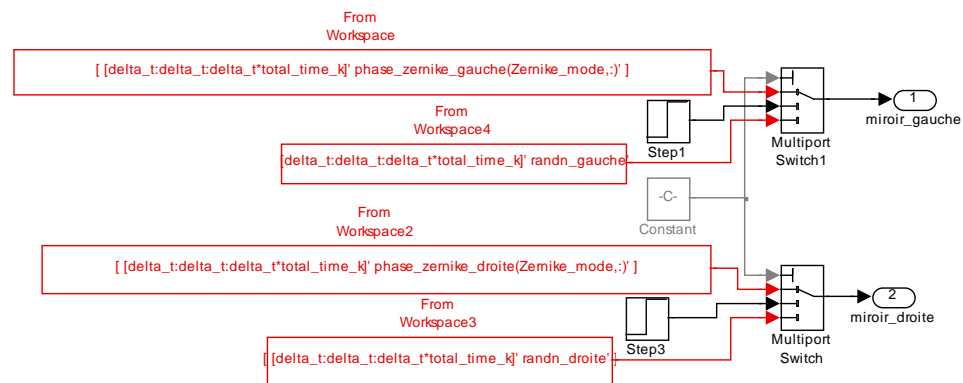


Figure 3-4 : Sous système Atmosphère

3.4 ANALYSE DES EXCITATIONS MODALES

3.4.1 Comparaison de la variance des excitations modales avec la théorie

Dans le passage suivant, une comparaison de la variance des excitations modales de chaque pupille avec la variance théorique prévue par R. J. Noll réf. [3] est effectuée. L'équation qui permet de calculer la variance théorique de l'erreur résiduelle pour une correction de J mode de Zernike est rappelée ci-dessous:

$$\Delta_J \approx 0.2944 \cdot J^{-\frac{\sqrt{3}}{2}} \cdot \left(\frac{D}{r_0}\right)^{\frac{5}{3}} [\text{rad}^2] \quad 3.5$$

Pour calculer la variance d'une excitation d'un mode de Zernike (K), il suffit d'effectuer la différence entre l'erreur résiduelle pour une correction de J mode et J-1 mode.

$$K_J = \Delta_J - \Delta_{J-1} \quad 3.6$$

Remarque: Pour le calcul de la variance d'une excitation d'un mode de Zernike, un coefficient multiplie le résultat de l'équation 3.5. Ce coefficient permet d'ajuster l'amplitude du tip théorique au tip obtenu par simulation. Une comparaison relative est donc effectuée.

Ci-dessous l'erreur entre la variance des excitations modales obtenues et la variance théorique pour les deux miroirs du télescope est tracée :

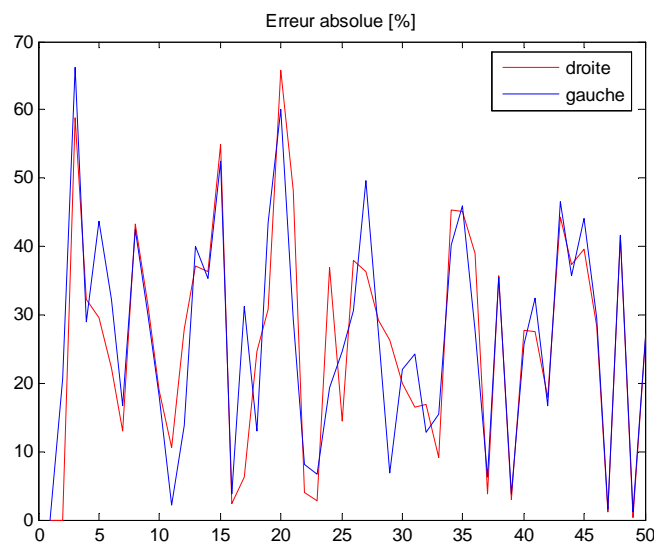


Figure 3-5 : Erreur entre la variance des excitations modales obtenues et la variance théorique.

En calculant la moyenne des erreurs de variance représentées dans le graphique ci-dessus, une erreur moyenne de 26,1% pour le miroir droit et 26,3% pour le gauche est obtenue. Cette erreur est relativement grande. Elle est probablement due au fait que nous avons

utilisé une valeur finie pour la plus grande et la plus petite masse d'air (10cm et 100m) et non pas des masses d'air de tailles infinies comme le suppose la théorie de Kolmogorov.

La variance de l'erreur résiduelle de décomposition décrite au paragraphe précédent est égale à 0.0589 pour le miroir droit et 0.0590 pour le miroir gauche avec les paramètres du paragraphe 3.3. Cette variance est proche de la variance théorique prévue par R. J. Noll ref. [3] qui est de 0.04. Cette variance a été calculée à l'aide de l'équation 3.5. Une erreur de 32% est tout de même commise. Cette erreur est proche de celle observée pour chaque mode de Zernike Figure 3-5.

3.4.2 Remarques concernant le spectre temporel des excitations modales

Selon J.-M. Conan ref. [4], l'amplitude du spectre temporel des excitations modales doit pour la plupart des modes de Zernike avoir une pente nulle en basse fréquence et être proportionnelle à $f^{17/3}$ à partir d'une fréquence de coupure. Cette fréquence dépend du vent en m/s (V), du diamètre du miroir primaire du télescope en mètre (D) et de l'ordre radial du mode de Zernike (n) :

$$f_c \approx 0.3 \cdot (n+1) \cdot \frac{V}{D} \quad 3.7$$

Si l'on observe l'amplitude du spectre temporel des excitations modales obtenues, on constate que la pente est beaucoup plus faible que celle énoncé par Noll. La figure ci-dessous illustre ce problème pour le tilt.

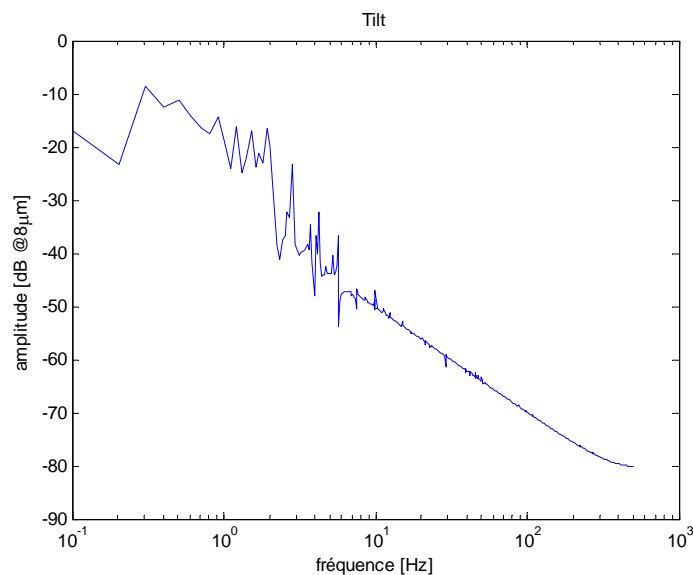


Figure 3-6 : amplitude du spectre temporel du tilt.

Cette différence ainsi que celle du paragraphe précédent sont peut être l'effet d'un même problème. Cette étude ne rentrant pas dans le cadre de ce travail de diplôme et étant trop compliquées à résoudre, le constat a été fait mais aucune correction n'a été apportée.

4. SIMULATION MODALE DU LBTI

Dans le chapitre suivant, les résultats de la simulation des deux modèles sont représentés et commentés. D'après les recommandations du Steward Observatory, la simulation a été répétée pour deux vitesses d'échantillonnage différentes de la boucle du fringe tracker. La première avec un échantillonnage à 1 [kHz] et la deuxième avec un échantillonnage à 500 [Hz] pour observer l'effet d'une diminution de l'échantillonnage de la boucle du fringe tracker.

La fin du chapitre résume les différents résultats et tire les conclusions pour améliorer l'erreur résiduelle du système global.

Comme expliqué précédemment, les différentes simulations ont été faites à l'aide du programme *Simul_LBTI.m*. Le programme *Simul_LBTI_PistonTipTilt.m* permet de modifier le fichier nulling sauvegardé après une simulation. Le programme effectue une simulation du piston, tip et du tilte et remplace les résidus de ces trois modes. De cette manière, il n'est pas nécessaire de refaire une simulation complète pour les deux modèles. Le programme *variance_residu.m* permet de charger les données relatives à une simulation et de les exploiter.

4.1 ECHANTILLONNAGE À 1 [KHZ] DE LA BOUCLE DU FRINGE TRACKER

4.1.1 Simulation avec le modèle idéal

Une simulation du modèle idéal a été effectuée avec les signaux d'excitation décrits au chapitre trois. L'écart type de l'erreur résiduelle est représentée ci-dessous ainsi que la somme quadratique de l'écart type de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

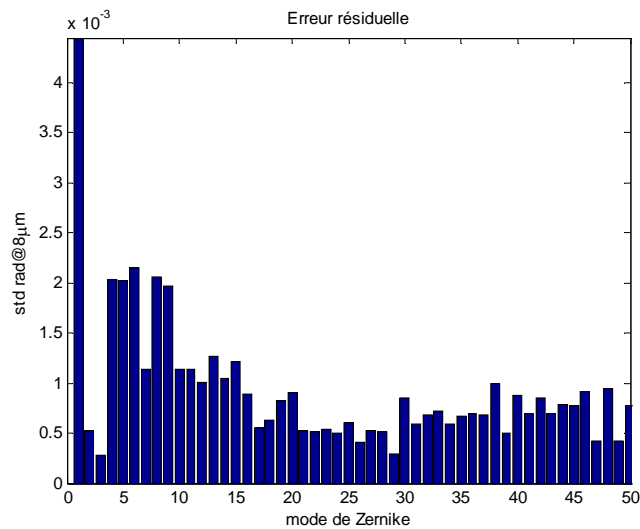


Figure 4-1 : Ecart type de l'erreur résiduelle pour les 50 premiers modes de Zernike.

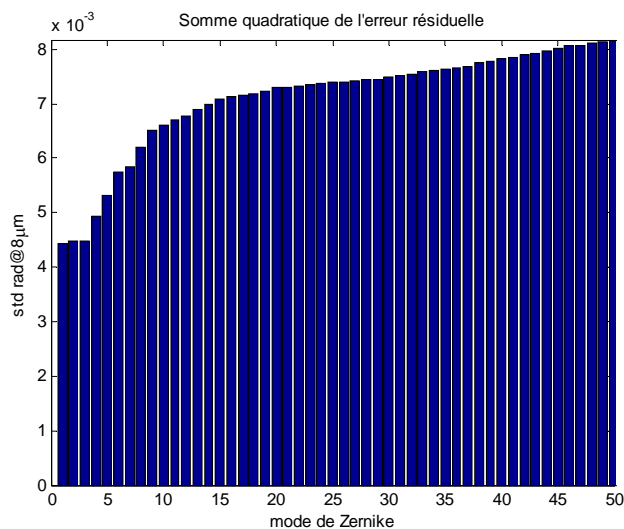


Figure 4-2 : Somme quadratique de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

Dans les deux figures précédentes, on constate que l'écart type de l'erreur résiduelle en fonction des modes de Zernike a la même forme que l'écart type des signaux d'excitation en fonction des modes de Zernike (Figure 3-3). Plus le mode de Zernike augmente, plus l'écart type diminue. Les seuls écarts à cette correspondance sont les faibles amplitudes du

tip et du tilt qui bénéficient des deux boucles de correction. Notons aussi que le piston représente plus de 50% de la somme quadratique de l'écart type de l'erreur résiduelle.

4.1.2 Simulation avec le modèle actuel

Une simulation du modèle actuel a été effectuée avec les signaux d'excitation décrits au chapitre trois. L'écart type de l'erreur résiduelle est représenté ci-dessous ainsi que la somme quadratique de l'écart type de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

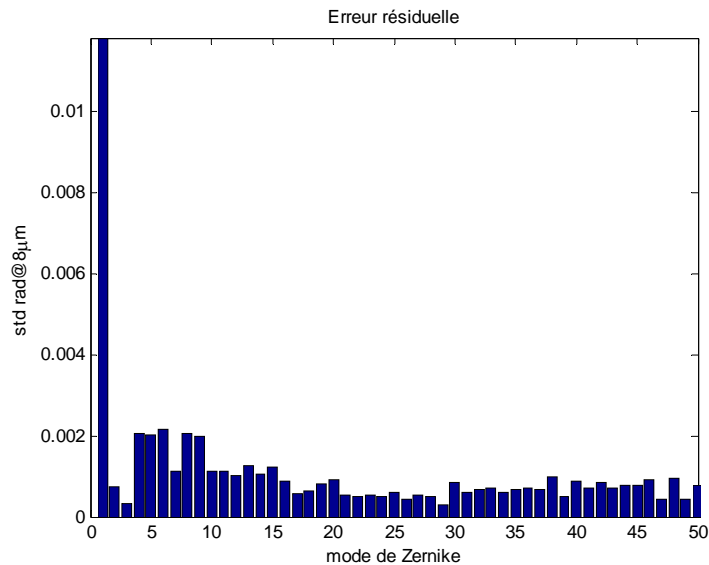


Figure 4-3 : Ecart type de l'erreur résiduelle pour les 50 premiers modes de Zernike.

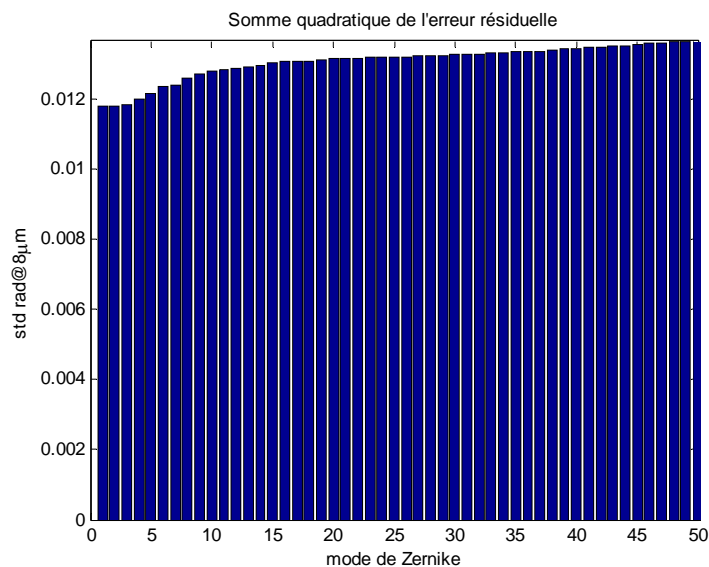


Figure 4-4 : Somme quadratique de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

Les mêmes remarques que pour le modèle idéal peuvent être faites. La seule différence est l'erreur résiduelle du piston qui est encore plus élevée que l'erreur résiduelle des autres modes de Zernike et représente 86% de la somme quadratique de l'écart type de l'erreur résiduelle.

4.2 ECHANTILLONNAGE À 500 [Hz] DE LA BOUCLE DU FRINGE TRACKER

Une simulation du modèle idéal et actuel a été effectuée avec un échantillonnage de la boucle du fringe tracker égale à 500Hz.

4.2.1 Simulation avec le modèle idéal

L'écart type de l'erreur résiduelle est représenté ci-dessous ainsi que la somme quadratique de l'écart type de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

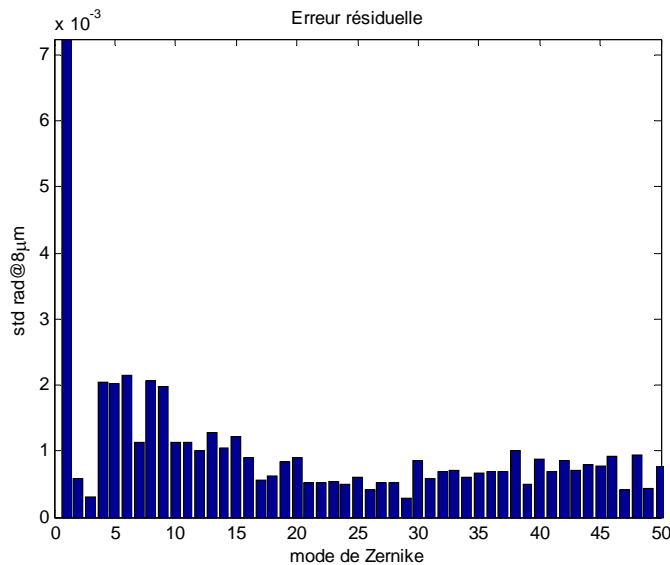


Figure 4-5 : Ecart type de l'erreur résiduelle pour les 50 premiers modes de Zernike.

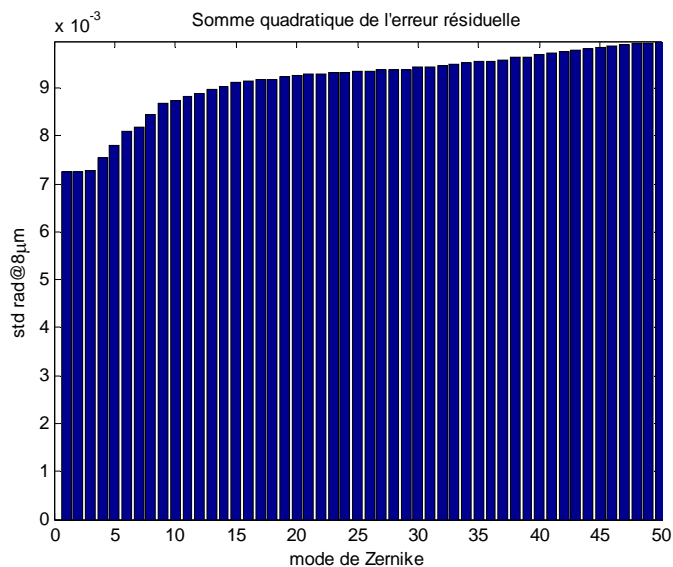


Figure 4-6 : Somme quadratique de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

La diminution de la fréquence d'échantillonnage augmente l'erreur résiduelle du piston mais n'a quasiment aucun effet sur les autres modes. L'erreur résiduelle du piston représente 58% de la somme quadratique de l'écart type de l'erreur résiduelle.

4.2.2 Simulation avec le modèle actuel

L'écart type de l'erreur résiduelle est représenté ci-dessous ainsi que la somme quadratique de l'écart type de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike .

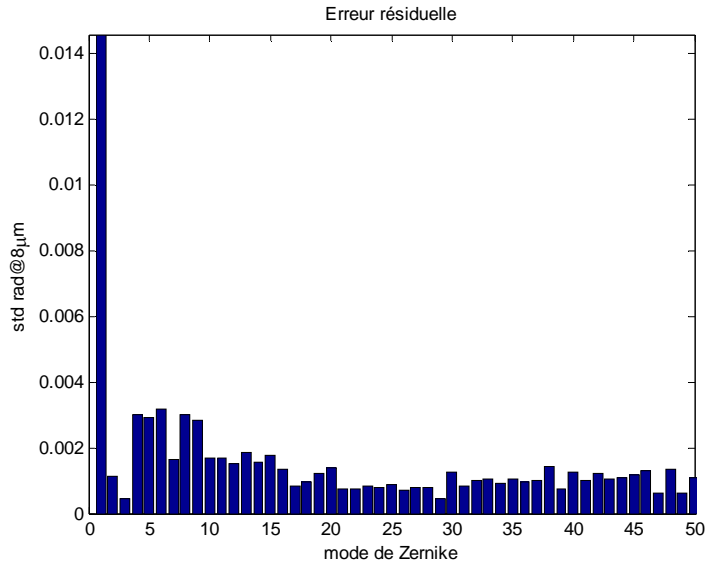


Figure 4-7 : Ecart type de l'erreur résiduelle pour les 50 premiers modes de Zernike.

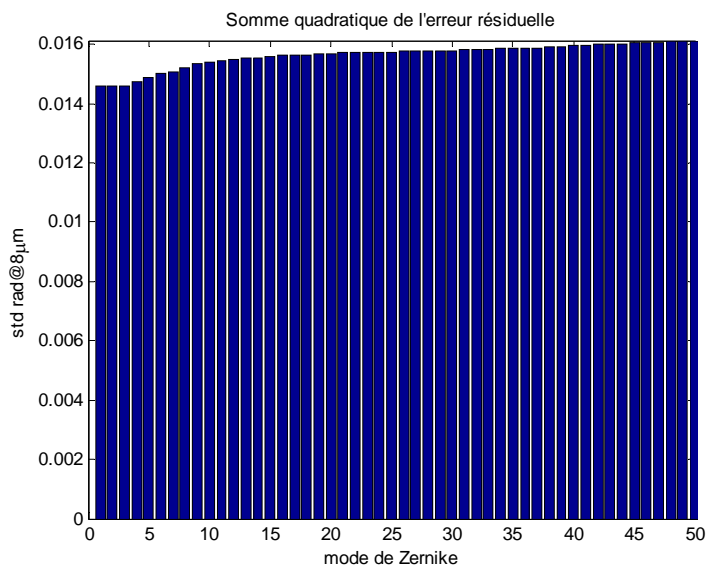


Figure 4-8 : Somme quadratique de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

Comme pour le modèle idéal, la diminution de la fréquence d'échantillonnage augmente l'erreur résiduelle du piston mais n'a quasiment aucun effet sur les autres modes. L'erreur résiduelle du piston représente 82% de la somme quadratique de l'écart type de l'erreur résiduelle.

4.3 CONCLUSION

La figure ci-dessous résume les différentes simulations effectuées avec le modèle actuel et idéal pour une fréquence d'échantillonnage de 1[kHz] et 500[Hz]:

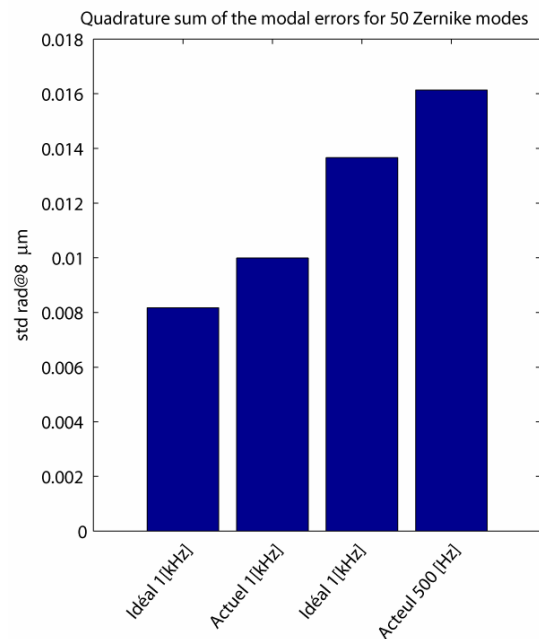


Figure 4-9 : Résumé des sommes quadratiques de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

Des différentes simulations effectuées jusqu'à maintenant, nous pouvons mentionner les points suivants :

- L'erreur résiduelle du piston représente au minimum 50% de la somme quadratique de l'erreur résiduelle.
- La modification de la fréquence d'échantillonnage de la boucle du fringe tracker et la modification du modèle du BPC n'ont une influence que sur le piston, tip et tilt. Le tip et le tilt qui bénéficient de la correction de l'optique adaptative et de celle du fringe tracker ont une contribution très faible à l'erreur résiduelle totale. Les variations de l'erreur résiduelle que l'on peut observer sur la Figure 4-9 sont l'image des variations de l'erreur résiduelle du piston.
- Le modèle du BPC influence considérablement le piston résiduel qui augmente de 2,66 pour un échantillonnage à 1[kHz] et de 2,01 pour un échantillonnage à 500[Hz].
- La fréquence d'échantillonnage de la boucle du fringe tracker influence également le piston résiduel qui augmente de 1,63 pour le modèle idéal et 1.23 pour le modèle actuel lorsque la fréquence d'échantillonnage passe de 1 [kHz] à 500 [Hz].

Vu la prédominance de l'erreur résiduelle du piston par rapport aux erreurs résiduelles des autres modes de Zernike, il est nécessaire de diminuer l'erreur résiduelle du piston pour ensuite diminuer la somme quadratique de l'erreur résiduelle de façon significative. Le prochain chapitre analyse plus rigoureusement le piston résiduel et propose une optimisation du régulateur de la boucle du fringe tracker, le but étant de diminuer l'erreur résiduelle du piston.

5. OPTIMISATION DU PISTON RÉSIDUEL

Comme il a été montré dans les paragraphes précédents, l'erreur résiduelle du piston représente au minimum 40% de la somme quadratique de l'écart type de l'erreur résiduelle. Cette grande influence du piston sur l'erreur résiduelle du système justifie une étude particulière visant à diminuer l'erreur résiduelle du piston.

Dans ce chapitre, le piston résiduel est analysé plus en détail pour expliquer le cheminement et justifier l'utilisation d'un régulateur proportionnel intégral (PI) pour diminuer l'erreur résiduelle du piston. Une méthode de synthèse du PI est ensuite mise au point. Cette synthèse est appliquée à la boucle du fringe tracker avec les deux modèles du BPC. Les simulations faites au chapitre 4 sont répétées en incluant le PI dans la boucle du fringe tracker.

5.1 ANALYSE DU PISTON ET MODIFICATION DE LA BOUCLE DU FRINGE TRACKER

Les deux graphiques ci-dessous représentent l'évolution de l'excitation modale du piston différentiel ainsi que son erreur résiduelle en fonction du temps et dans le domaine fréquentiel.

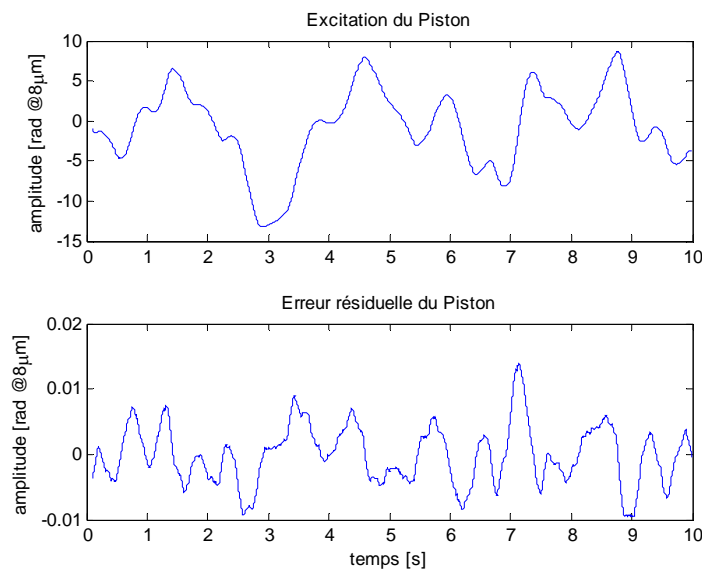


Figure 5-1 : Excitation modale du piston différentiel ainsi que l'erreur résiduelle représentation temporelle.

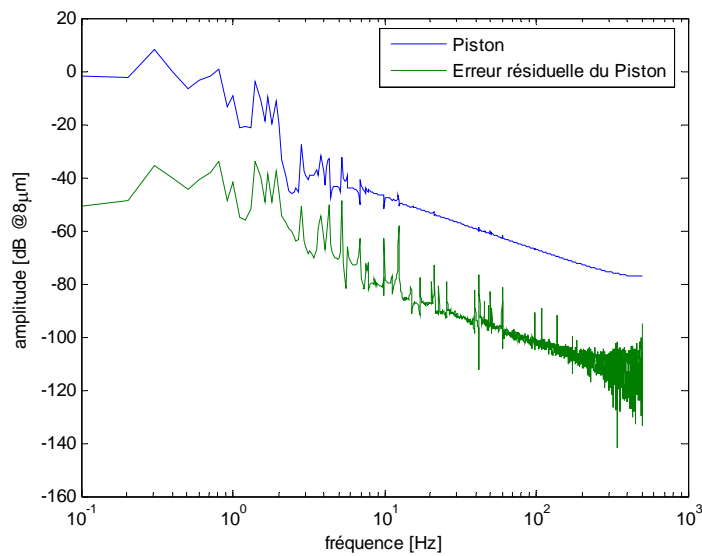


Figure 5-2 : Excitation modale du piston différentiel ainsi que l'erreur résiduelle représentation spectrale.

On constate que l'erreur résiduelle du piston a de fortes composantes basses fréquences. Une première tentative a été de placer une prédiction avant le régulateur contenant l'intégrateur et le prédicteur de Smith. L'intention est de diminuer l'information contenue par l'erreur résiduelle du piston et ainsi diminuer son amplitude en basses fréquences. Plusieurs essais ont été effectués avec des prédictions par les moindres carrés mais aucun résultat concluant n'a été obtenu.

La prédiction a un effet passe-bas qui diminue le gain de la boucle de régulation en haute fréquence, alors que le but recherché est d'augmenter le gain en basses fréquences. Des résultats peuvent probablement être obtenus en modifiant le gain de l'intégrateur, mais l'option a été choisie de travailler avec un PI qui amplifie directement le gain de la boucle de réglage du fringe tracker en basses fréquences sans modifier le gain en hautes fréquences.

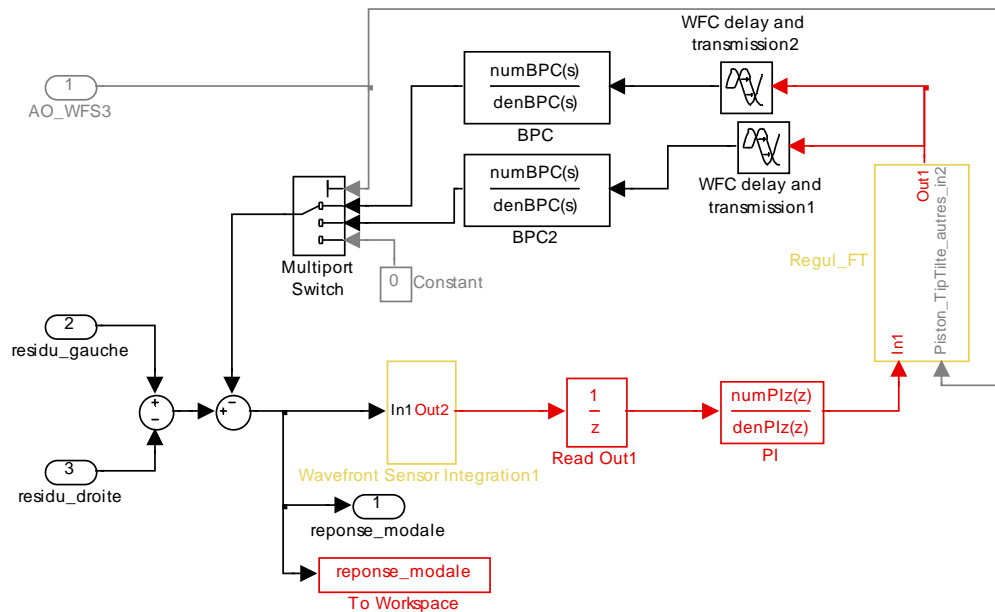


Figure 5-3 : Schéma Simulink de la boucle de réglage du fringe tracker avec le PI.

5.2 SYNTHÈSE DU PI

Le régulateur proportionnel intégral (PI) placé avant la boucle contenant l'intégrateur et le prédictor de Smith est caractérisé par une fréquence de coupure (f_{PI}) et un gain (K_{PI}). L'avantage du PI est de pouvoir fixer d'abord le gain de la boucle du fringe tracker sans le PI, comme il a été fait au premier chapitre et de placer ensuite le PI de manière à augmenter le gain de la boucle en basses fréquences en modifiant au minimum la stabilité du système. Pour cela, il faut qu'en hautes fréquences, le gain du PI soit égal à un, c'est pourquoi le gain (K_P) du PI est fixé à 1.

Ci-dessous, la fonction de transfert du PI obtenu par discrétisation de la loi de commande du PI analogique. Le calcul détaillé est fourni en annexe: A.4. Notons que $u(t)$ est l'entrée du PI et $y(t)$ est la sortie du PI.

$$y(t) = K_{PI} \left(u(t) + \frac{1}{T_{PI}} \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) \cdot d\tau \right)$$

$$y(k) = K_{PI} \left(u(k) + \frac{1}{T_{PI}} \sum_{l=0}^{k-1} \frac{u(l) + u(l+1)}{2} \cdot h \right) = \dots$$

$$\Rightarrow PID = \frac{y(k)}{u(k)} = \frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{b_0 \cdot z + b_1}{z - 1} \quad 5.1$$

avec :

$$b_0 = K_{PI} \cdot \left(1 + \frac{h}{2 \cdot T_{PI}} \right) \text{ et } b_1 = K_{PI} \cdot \left(\frac{h}{2 \cdot T_{PI}} - 1 \right)$$

$$K_{PI} = 1$$

Remarquons que ce n'est pas la fréquence du PI mais l'instant caractéristique (T_i) qui est calculé. Ces deux variables sont reliées par l'équation ci-dessous:

$$f_{PI} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot T_i} \quad 5.2$$

Pour bien déterminer la fréquence de coupure du PI, les fonctions de transfert numériques obtenues lors de la synthèse du régulateur sont employées comme point de départ. Ci-dessous le diagramme de Bode du PI :

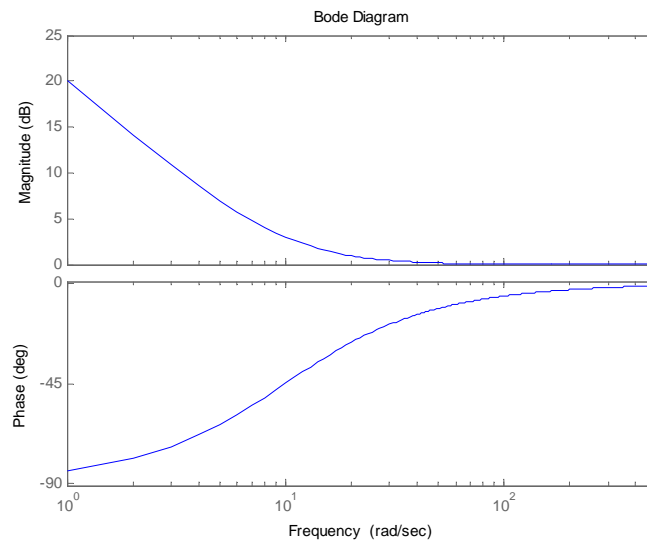


Figure 5-4 : Diagramme de Bode d'un PI.

D'après le diagramme de Bode du PI Figure 5-4, on remarque tout de suite qu'il faut que la fréquence de coupure du PI soit la plus grande possible pour avoir le gain le plus grand en basses fréquences et ainsi diminuer au maximum l'erreur résiduelle. Il faut aussi qu'elle ne soit pas trop grande pour que la phase du PI ne déstabilise pas le système.

Puisque la phase du PI est croissante, variant de -90 à 0, celle-ci va de tout manière modifier la marge de phase du système. Le programme qui effectue la synthèse du régulateur de la boucle du fringe tracker effectue également la synthèse du PI. Ce programme permet de spécifier la valeur de la modification de la marge de phase de la boucle du fringe tracker par le PI. Ce choix est effectué à l'aide de la variable *phasePI*. Une autre variable *margephasemin* du programme permet de fixer la marge de phase minimale du système avec le PI.

En d'autres termes, la fréquence de coupure du PI va être choisie de manière à amener la marge de phase de la boucle du fringe tracker à la marge de phase choisie à l'aide de *margephasemin* pour autant que l'influence du PI sur la marge de phase de la boucle du fringe tracker soit inférieure à *phasePI*. Cette limitation de la modification de la marge de phase du système par le PI est une sécurité au cas où la modification de la marge de phase modifie trop la marge de gain.

En observant le diagramme de Bode en boucle ouverte de la boucle du Fringe tracker pour les deux modèles Figure 2-15 et Figure 2-17, on remarque que dans les deux cas, la marge de gain fixe le gain du système et que la marge de phase est égale à 73° pour le modèle idéal et 56° pour le modèle actuel. On peut donc sans autre diminuer la marge de phase de 15° . Les deux paramètres du programme *Synthese_PI.m* sont donc -30° pour le modèle idéal et -15 pour le modèle actuel. Comme diminution de la marge de phase (*phasePI*) et 45° comme marge de phase minimale (*margephasemin*).

L'amplitude du PI étant inférieure à 1dB lorsque sa phase est égale à -15° , l'effet du gain sur la marge de phase et sur la marge de gain a été négligé.

La phase du PI pour la fréquence à laquelle l'amplitude du Bode en boucle ouverte de la boucle du fringe tracker est égale à 1 peut être calculée de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \arg\{PI|_{\omega=\omega_0}\} &= \text{margephasemin} - \arg\{G_o|_{\omega=\omega_0}\} \\ |G_o|_{\omega=\omega_0} &= 1 \end{aligned} \quad 5.3$$

Avec G_o la boucle du fringe tracker en boucle ouverte.

Comme décrit précédemment, il faut limiter cette phase à *phasPI*.

$$\arg\{PI|_{\omega=\omega_0}\} > \text{phasePI} \quad 5.4$$

Les résultats de la synthèse de la boucle du fringe tracker sont présentés et commentés dans les deux paragraphes suivants.

Notons également que le PI est facilement intégré au régulateur actuel, la loi de commande décrite ci-dessous est directement obtenue à partir de l'équation 5.1.

$$\begin{aligned} PID &= \frac{y(k)}{u(k)} = \frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}} \\ y(k) \cdot (1 - z^{-1}) &= u(k) \cdot (b_0 - b_1 \cdot z^{-1}) \\ y(k) &= b_0 \cdot u(k) + b_1 \cdot u(k-1) + y(k-1) \end{aligned} \quad 5.5$$

L'ajout du PI dans la boucle du fringe tracker échantillonnée à 500 [Hz], a le même effet que le rajout du PI dans la boucle du fringe tracker échantillonnée à 1 [kHz] sur la boucle. Pour cette raison, la réponse indicielle ainsi que le diagramme de Bode ne seront pas présentés.

5.2.1 Synthèse du PI avec les deux modèles du BPC

Dans la Figure 2-15 et la Figure 2-17, on constate que la marge de phase est supérieure à 60° . La synthèse du PI va donc positionner la fréquence de coupure du PI de manière à ramener la marge de phase à 45° . On peut observer cet effet dans les figures ci-dessous :

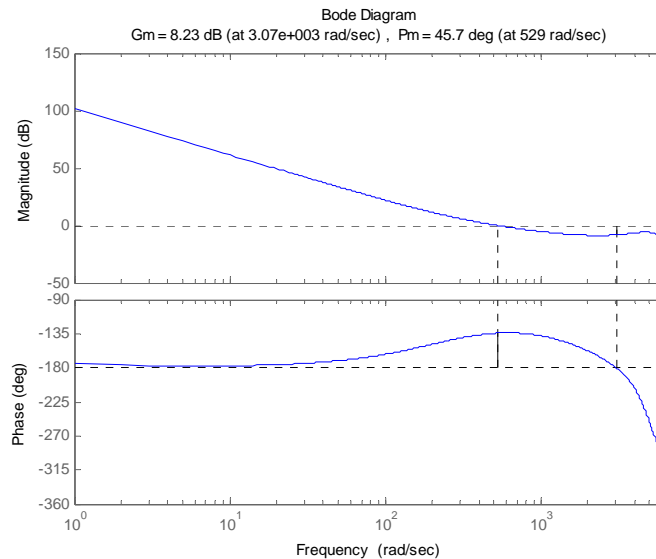


Figure 5-5 : Diagramme de Bode en boucle ouverte de modèle Idéal avec PI.

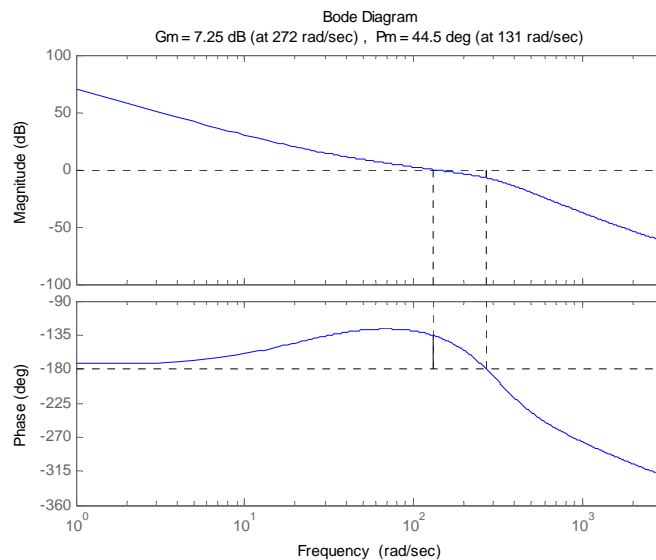


Figure 5-6 : Diagramme de Bode en boucle ouverte de modèle actuel avec PI.

Les marges de phase et de gain sont légèrement différentes de 45° et 8 dB. Cette différence provient de l'effet de l'amplitude du PI qui n'a pas été prise en compte lors de la synthèse du PI.

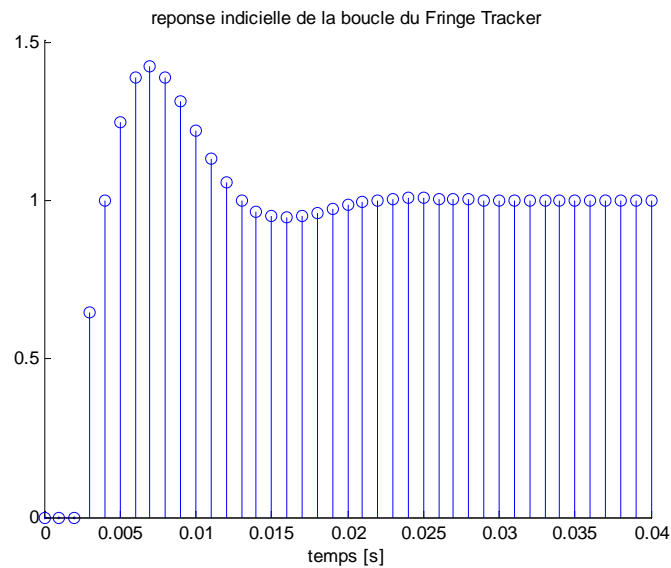


Figure 5-7 : Réponse indicielle de la boucle du fringe tracker avec PI modèle actuel obtenue à partir de la simulation Simulink.

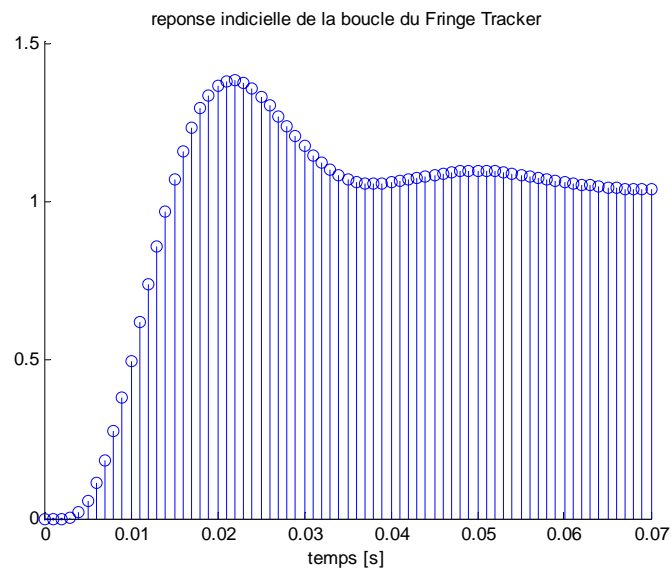


Figure 5-8 : Réponse indicielle de la boucle du fringe tracker avec PI modèle idéal obtenue à partir de la simulation Simulink.

En comparant les réponses indicielles de la boucle du fringe tracker avec PI Figure 5-7 et Figure 5-8 avec celles sans Pi Figure 2-16 et Figure 2-18, on constate que le PI ajoute des composantes basses fréquences à la réponse indicielle. Les deux réponses indicielles sont très proches ce qui permet une comparaison directe de l'erreur résiduelle obtenue dans les pages suivantes avec celle obtenue dans le chapitre quatre.

5.3 SIMULATION DU LBTI AVEC LE PI

Les simulations du LBTI avec le PI dans la boucle du fringe tracker ont été répétées. L'écart type de l'erreur résiduelle ainsi que la somme quadratique de l'écart type de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike sont présentés dans le paragraphe suivant.

5.3.1 Fréquence d'échantillonnage de la boucle du fringe tracker égale à 1 [kHz]

5.3.1.1 Modèle idéal du BPC

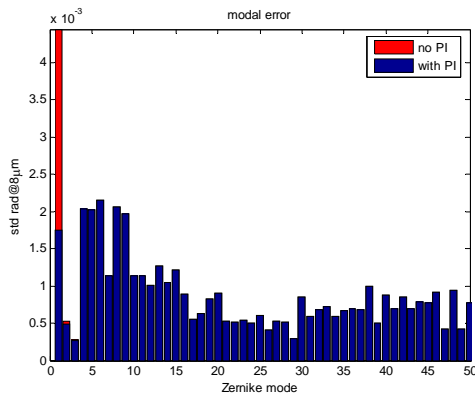


Figure 5-9 : Ecart type de l'erreur résiduelle pour les 50 premiers modes de Zernike.

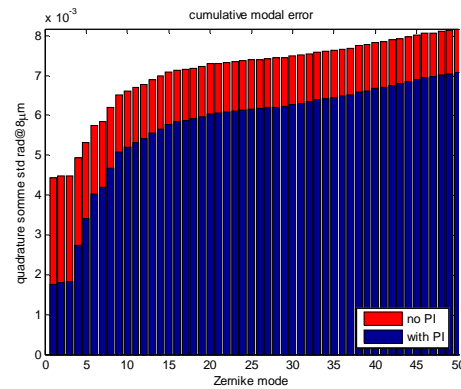


Figure 5-10 : Somme quadratique de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

5.3.1.2 Modèle actuel du BPC

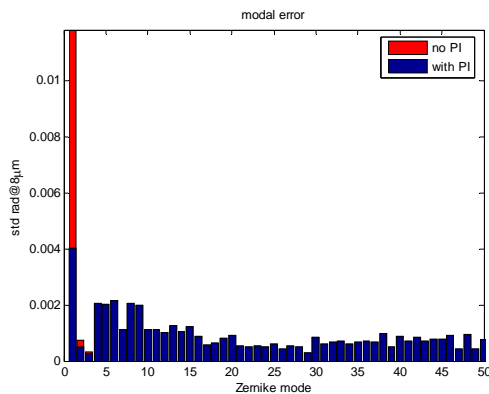


Figure 5-11 : Ecart type de l'erreur résiduelle pour les 50 premiers modes de Zernike.

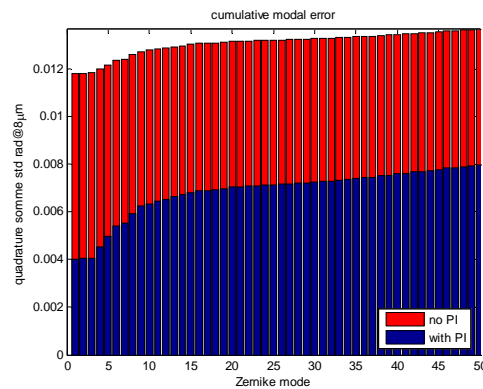


Figure 5-12 : Somme quadratique de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

L'optimisation apportée à la boucle du fringe tracker est très bonne. L'erreur résiduelle du piston est divisée par 2,54 pour le modèle idéal du BPC et de 2,94 pour le modèle actuel. Pour le modèle idéal, l'erreur résiduelle du piston est inférieure à celle des modes 3 et 4.

5.3.2 Fréquence d'échantillonnage de la boucle du fringe tracker égale à 500 [Hz]

5.3.2.1 Modèle idéal du BPC

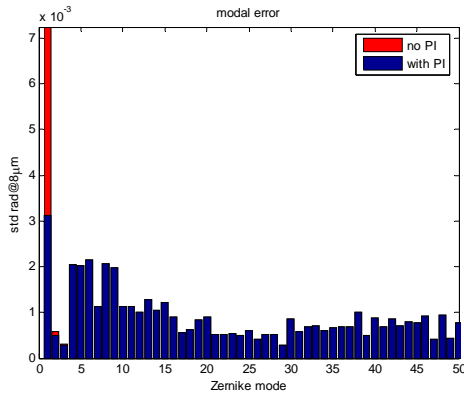


Figure 5-13 : Ecart type de l'erreur résiduelle pour les 50 premiers modes de Zernike.

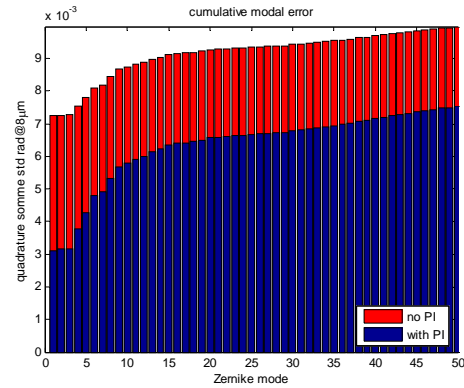


Figure 5-14 : Somme quadratique de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

5.3.2.2 Modèle actuel du BPC

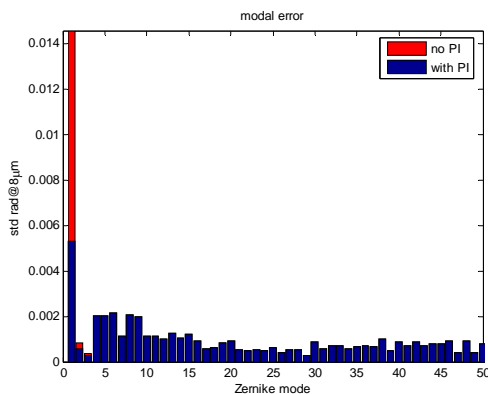


Figure 5-15 : Ecart type de l'erreur résiduelle pour les 50 premiers modes de Zernike.

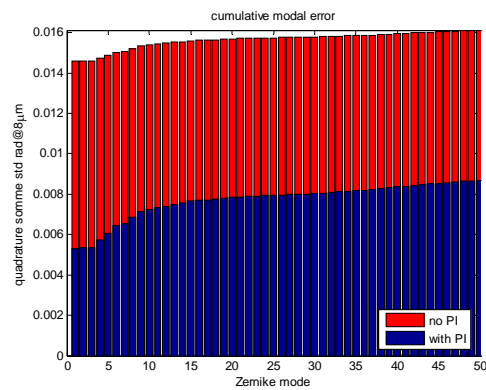


Figure 5-16 : Somme quadratique de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

Comme pour la boucle du fringe tracker échantillonnée à 1[kHz], le PI diminue l'erreur résiduelle du piston de manière significative. Elle est diminuée de 2,33 pour le modèle idéal du BPC et de 2,75 pour le modèle actuel. On constate également que l'erreur résiduelle du piston est du même ordre de grandeur que les modes qui ne sont pas corrigés par la boucle du fringe tracker.

5.4 CONCLUSION

La figure ci-dessous résume les différentes simulations effectuées avec et sans le PI avec le modèle idéal et actuel pour une fréquence d'échantillonnage de 1[kHz] et 500[Hz]:

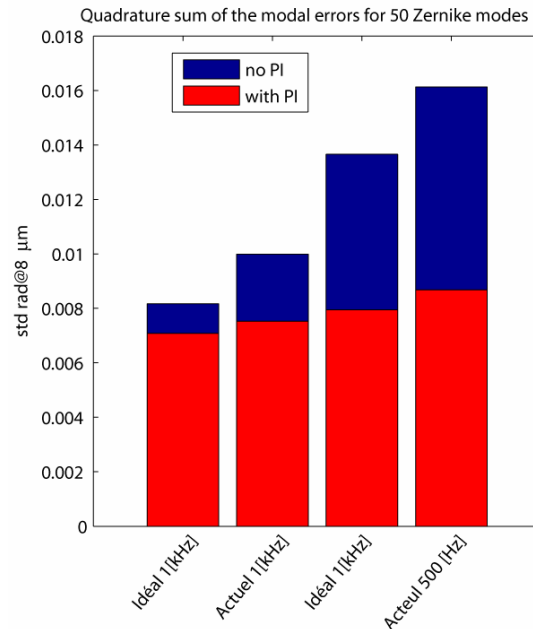


Figure 5-17 : Résumé des sommes quadratiques de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

L'objectif du chapitre a été atteint. L'erreur résiduelle du piston a été divisée au minimum par 2,33. Pour le modèle idéal avec la boucle du fringe tracker, celle-ci a même été rendue inférieure aux modes qui ne sont pas corrigés par le fringe tracker et ne représentent plus que 24% de la somme quadratique de l'erreur résiduelle. L'effet sur la somme quadratique de l'erreur résiduelle dépend de l'influence du piston résiduel sur celle-ci

Lorsque la période d'échantillonnage est diminuée, l'optimisation apportée à la boucle du fringe tracker est légèrement moins bonne. Le piston résiduel est divisé par 2,54 et 2,94 à 1[kHz] et 2,3 et 2,75 à 500[Hz].

On constate également que plus la somme quadratique de l'erreur résiduelle est grande sans le PI, plus le PI va la diminuer. Ceci est logique car cette grande amplitude est principalement due au piston. Une diminution de l'erreur résiduelle du piston aura donc beaucoup d'effet sur la somme quadratique du piston malgré une correction de l'erreur résiduelle du piston plus faible.

6. CROSS RÉGULATEUR

L'intérêt d'ajouter un régulateur qui exploite l'information fournie par le senseur de front d'onde de la boucle du fringe tracker pour améliorer la performance du système d'optique adaptative (cross régulateur) sera étudié dans ce chapitre. Comme première hypothèse, nous allons supposer que la communication ne va que vers l'optique adaptative. Aucune information provenant de l'optique adaptative ne sera fournie au régulateur de la boucle du fringe tracker ou au cross régulateur. Une optimisation du cross régulateur sera également étudiée à la fin du chapitre.

6.1 MODIFICATION DU SCHÉMA SIMULINK

Les deux boucles d'optique adaptative ont été supposées totalement symétriques et la commande du cross régulateur a été appliquée à un seul miroir déformable. En pratique, il suffit d'appliquer la moitié de la commande appliquée en simulation sur chaque miroir déformable. Il faut également inverser le signe de la commande du miroir qui n'a pas reçu de commande du cross régulateur en simulation.

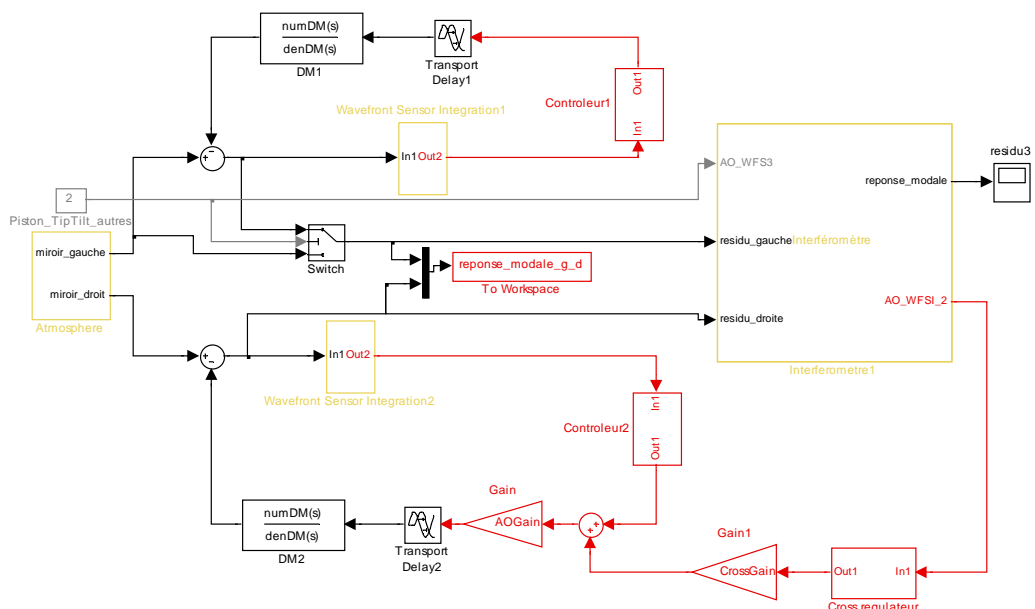


Figure 6-1 : modèle du LBT avec cross régulateur

Le cross régulateur a été ajouté au schéma Simulink. Comme pour le système d'optique adaptative et pour les mêmes raisons, celui-ci est composé d'un intégrateur avec un prédicteur de Smith. Le gain précédent le miroir déformable effectue simplement la moyenne de la commande provenant du cross régulateur et de celle provenant du régulateur de l'optique adaptative. Un gain a également été ajouté à l'intérieur de l'interféromètre, celui-ci permet d'activer ou désactiver le cross régulateur depuis Matlab. Lors de la simulation du piston, aucune correction ne doit être faite à l'aide des miroirs déformables. Puisque le tip et le tilt profitent d'une double correction, corriger leur erreur résiduelle avec le cross régulateur est inutile et augmenterait leur erreur résiduelle.

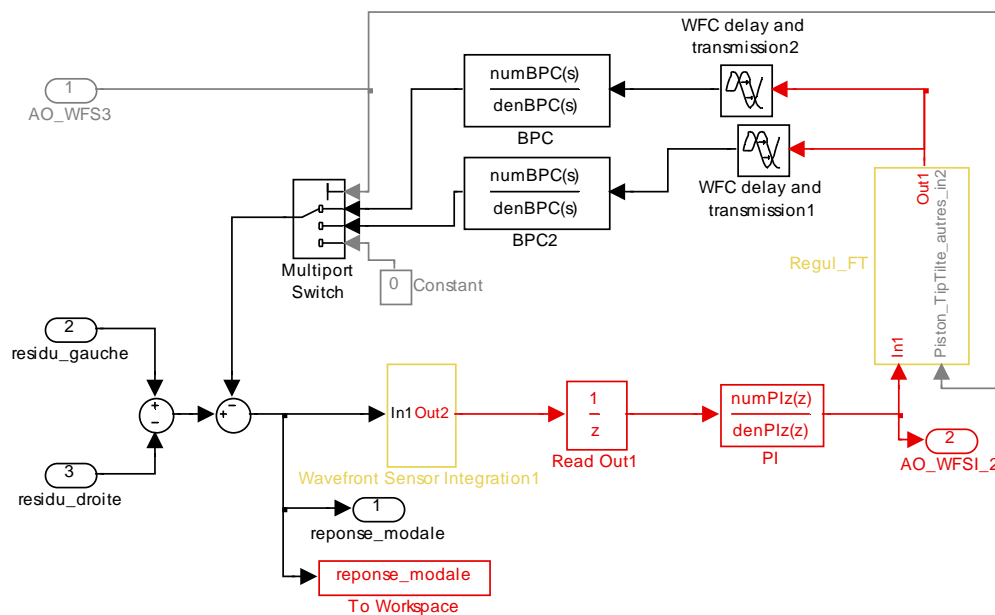


Figure 6-2 : modèle de la boucle du fringe tracker avec cross régulateur

6.2 SYNTHÈSE DU CROSS RÉGULATEUR

Le capteur de fronts d'onde de la boucle d'optique adaptative étant supposé être le même que celui de la boucle du fringe tracker, la boucle du cross régulateur est la même que celle de l'optique adaptative. La synthèse et surtout la valeur du gain de l'intégrateur sont donc les mêmes. Le diagramme de Bode en boucle ouverte de la boucle du cross régulateur ainsi que la réponse indicielle en boucle fermée sont donc également les mêmes que celles obtenues pour la synthèse de la boucle d'optique adaptative Figure 2-6.

6.3 AJOUT D'UN RETARD PUR DANS LE CROSS RÉGULATEUR

En première approximation, l'information du cross contrôleur et celle du régulateur d'optique adaptative sont pris en considération au même instant d'échantillonnage par le miroir déformable Figure 6-1. Pour étudier l'effet d'un retard pur sur l'information provenant du cross régulateur, des simulations ont été effectuées avec un retard pur égal à une période d'échantillonnage. Celui-ci a été ajouté entre la sortie du cross régulateur et le gain qui effectue la moyenne des deux commandes provenant des régulateurs. Il faut également augmenter l'ordre du prédictor de Smith. De cette manière, il est très facile d'augmenter ce retard pur.

6.4 SIMULATION DU LBTI AVEC LE CROSS RÉGULATEUR

Les simulations du LBTI avec le cross régulateur ont été effectuées pour les deux modèles du fringe tracker. L'écart type de l'erreur résiduelle ainsi que la somme quadratique de l'écart type de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike sont présentés dans les pages qui suivent.

6.4.1 Modèle idéal du BPC

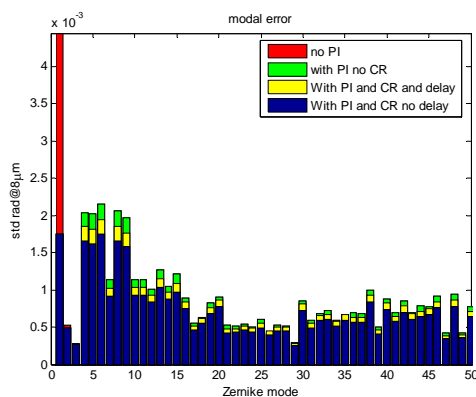


Figure 6-3 : Ecart type de l'erreur résiduelle pour les 50 premiers modes de Zernike.

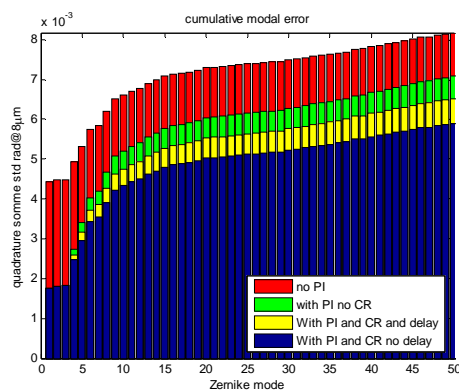


Figure 6-4 : Somme quadratique de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

6.4.2 Modèle actuel du BPC

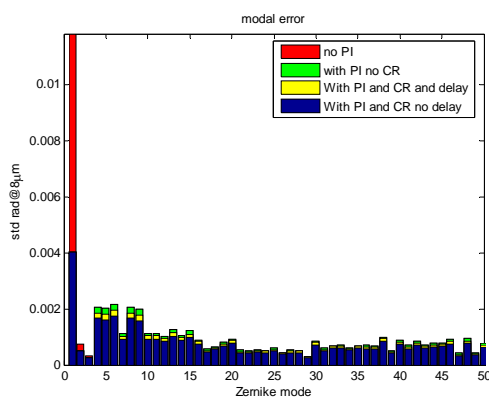


Figure 6-5 : Ecart type de l'erreur résiduelle pour les 50 premiers modes de Zernike.

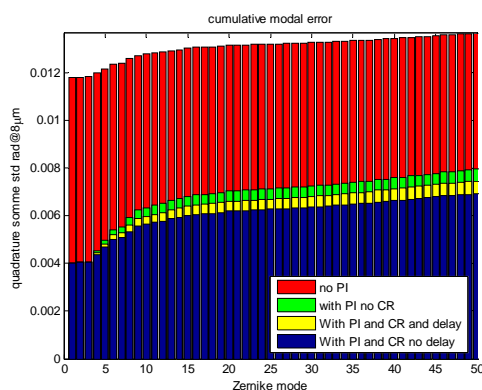


Figure 6-6 : Somme quadratique de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

L'optimisation apportée par le cross régulateur n'est pas très grande. Elle diminue d'un facteur 1,2 la somme quadratique de l'erreur résiduelle pour le modèle idéal et 1,14 pour le modèle actuel. On observe surtout l'effet du retard pur qui diminue fortement l'effet du cross régulateur. La somme quadratique de l'erreur résiduelle n'est plus que diminuée d'un facteur 1,08 et 1,07.

6.5 OPTIMISATION DU CROSS RÉGULATEUR

Dans cette partie le cross régulateur sera modifié pour augmenter l'optimisation apportée par le cross régulateur. Prenant en considération les résultats encourageants obtenus en ajoutant un PI dans la boucle du fringe tracker, la même technique sera reprise pour la boucle du cross régulateur. La synthèse de la boucle d'optique adaptative qui est la même que celle du cross régulateur est limitée par la marge de gain Figure 2-5, la marge de phase étant égale à $62,6^\circ$. Ces résultats sont très proches de ceux obtenus pour la synthèse de la boucle du fringe tracker ($73,6^\circ$ et $55,9^\circ$) Figure 2-15 et Figure 2-17. Cela permet surtout d'appliquer la même synthèse décrite au chapitre 5.2.

6.5.1 Synthèse du PI du cross régulateur

Dans la Figure 2-5, on constate que la marge de phase de la boucle d'optique adaptative est supérieure à 60° . La synthèse du PI va donc positionner la fréquence de coupure du PI de manière à ramener la marge de phase à 45° . On peut observer cet effet dans la figure ci-dessous :

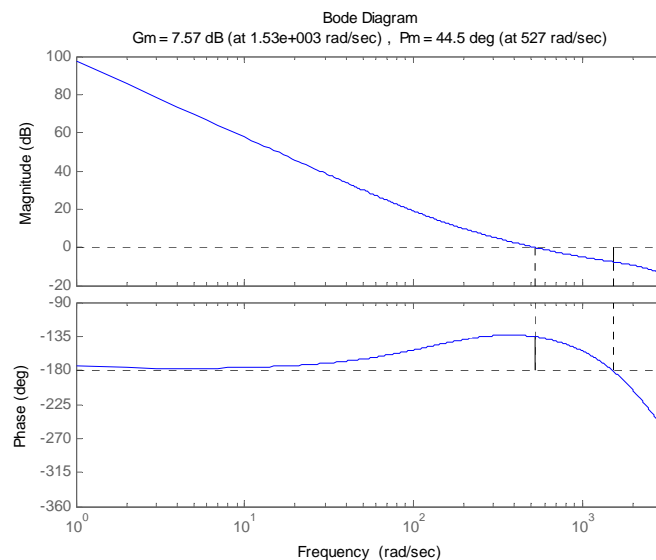


Figure 6-7 : Diagramme de Bode en boucle ouverte de la boucle du cross régulateur avec le PI.

La marge de phase est légèrement inférieure à 45° et la marge de gain légèrement inférieure à 8 dB. Cette différence provient de l'effet de l'amplitude du PI qui n'a pas été prise en compte lors de la synthèse du PI.

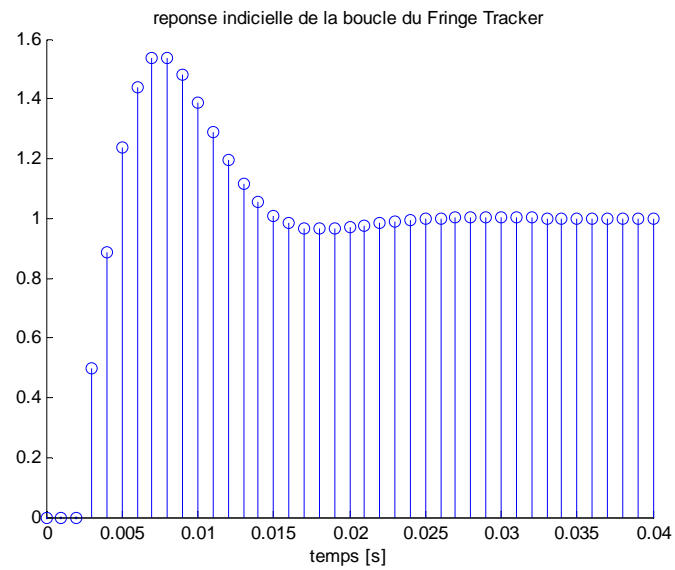


Figure 6-8 : Réponse indicielle de la boucle du cross régulateur obtenue à partir de la simulation Simulink.

En comparant les réponses indicielles de la boucle du cross régulateur avec et sans PI Figure 2-6 et Figure 6-8 ci-dessus, on constate que le PI ajoute des composantes basses fréquences à la réponse indicielle. Les deux réponses indicielles sont cependant très proches.

6.6 SIMULATION DU LBTI AVEC UN PI DANS LA BOUCLE DU CROSS RÉGULATEUR

Les simulations du LBTI avec un PI dans la boucle du cross régulateur ont été effectuées pour les deux modèles du fringe tracker. L'écart type de l'erreur résiduelle ainsi que la somme quadratique de l'écart type de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike sont présentés dans les pages suivantes.

6.6.1 Modèle idéal du BPC

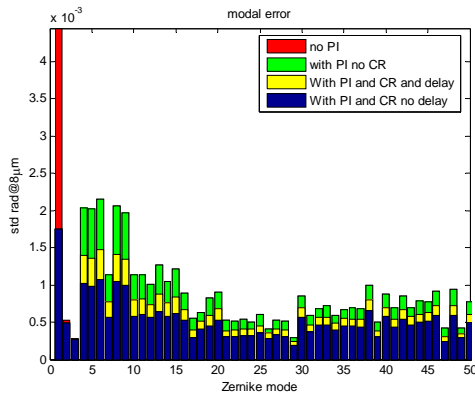


Figure 6-9 : Ecart type de l'erreur résiduelle pour les 50 premiers modes de Zernike.

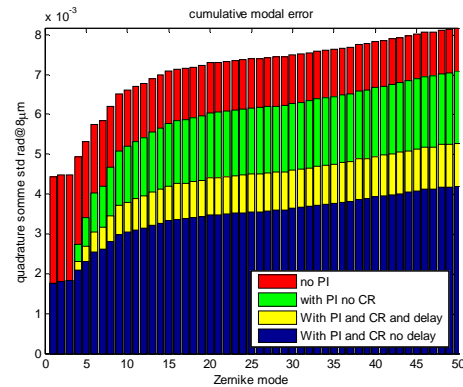


Figure 6-10 : Somme quadratique de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

6.6.2 Modèle actuel du BPC

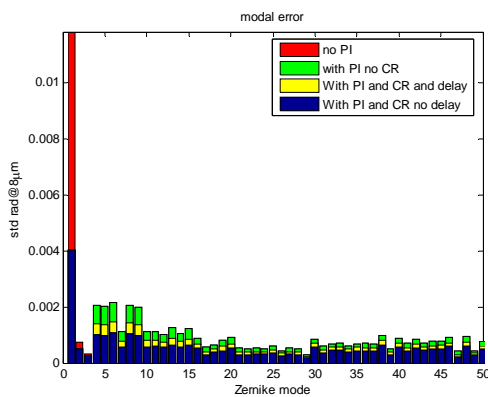


Figure 6-11 : Ecart type de l'erreur résiduelle pour les 50 premiers modes de Zernike.

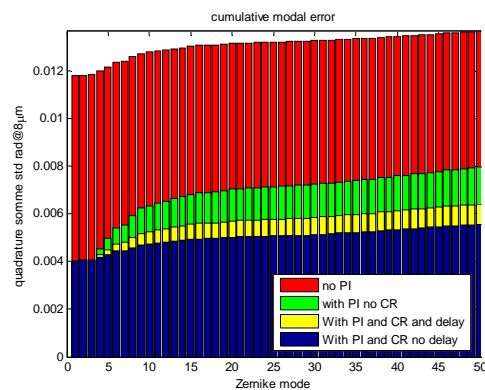


Figure 6-12 : Somme quadratique de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

La somme quadratique de l'erreur résiduelle est diminuée d'un facteur 1,7 pour le modèle idéal et de 1,43 pour le modèle actuel. Sans le PI, les facteurs sont de 1,2 et 1,14. L'optimisation apportée par le PI est très intéressante car elle augmente fortement l'effet du cross régulateur. L'effet du retard pur diminue également beaucoup l'effet du cross régulateur. La somme quadratique de l'erreur résiduelle n'est diminuée plus que d'un facteur 1,34 et 1,24.

6.7 CONCLUSION

La figure ci-dessous résume les différentes simulations effectuées avec et sans le PI dans la boucle du cross régulateur.

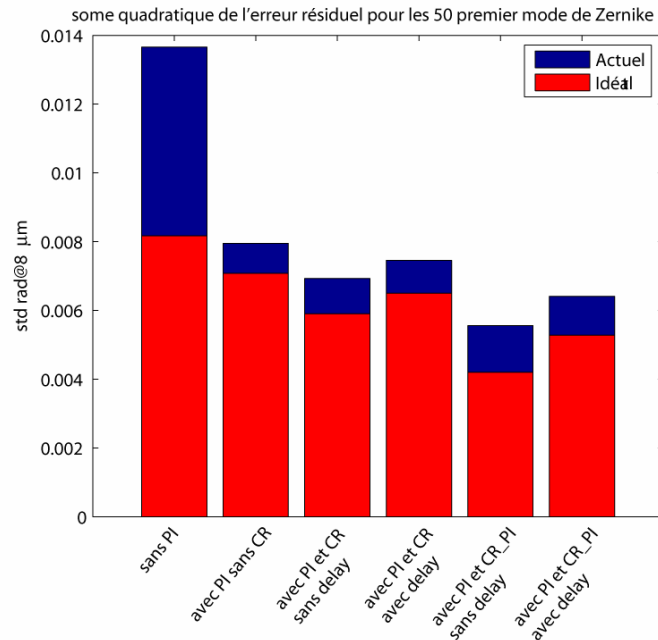


Figure 6-13 : Résumé des sommes quadratiques de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

En diminuant l'erreur résiduelle des modes qui ne sont pas corrigés par le fringe tracker, le cross régulateur permet une correction des modes supérieurs à 3 et est un très bon complément au PI ajouté dans la boucle du fringe tracker.

Le cross régulateur permet de diminuer l'erreur résiduelle lorsqu'il n'y a pas de retard dans la commande provenant du cross régulateur. Un retard d'une période d'échantillonnage annule quasiment tout le gain de performance. En ajoutant un PI, les performances du cross régulateur ont été augmentées et sont également intéressantes avec un retard dans la commande provenant du cross régulateur.

Comme observé au début de ce chapitre, le cross régulateur profite de l'information fournie par le senseur de front d'onde pour diminuer l'erreur résiduelle. En effectuant une moyenne pondérée des signaux provenant du cross régulateur et du régulateur de l'optique adaptative, il doit être possible d'optimiser la communication entre l'interféromètre et l'optique adaptative.

7. SIMULATION SPATIO TEMPORELLE

Dans ce chapitre, l'optimisation de la boucle du fringe tracker développée au chapitre 5 sera appliquée à la simulation spatio temporelle. La simulation modale décrite et utilisée jusqu'à maintenant calcule l'erreur résiduelle pour chaque mode de Zernike à partir du front d'onde décomposé en mode de Zernike. La simulation spatio temporelle calcule le front d'onde corrigé à chaque instant d'échantillonnage. Pour cela la surface du miroir déformable est calculée à partir des commandes modales du régulateur. Cette surface est ensuite soustraite au front d'onde qui a traversé l'atmosphère pour obtenir le front d'onde corrigé. Le capteur de front d'onde intègre le front d'onde corrigé et effectue la décomposition modale. Ce qui permet au régulateur de calculer les commandes modales du miroir déformable.

L'avantage de la simulation spatio temporelle est de disposer des fronts d'onde corrigés et ainsi de pouvoir calculer le null de l'interféromètre. Ce dernier est calculé en prenant la valeur absolue de la matrice complexe représentant le front d'onde corrigé. Le null reflète les performances de l'interféromètre et notamment l'annulation de l'étoile. La valeur rms du front d'onde corrigé est également calculée, on y fera référence sous le nom d'erreur de phase du BPC.

7.1 MODIFICATION DE LA SIMULATION SPATIO TEMPORELLE

Les paramètres de la boucle d'optique adaptative et ceux de la boucle du fringe tracker avec le modèle idéal du BPC ont été chargés dans la simulation spatio temporelle. Le retard pur de la boucle d'optique adaptative a dû être limité à 0.9ms. Un retard pur plus grand que la période d'échantillonnage rend non fonctionnelle la boucle d'optique adaptative. Le retard pur étant normalement de 1,025ms, cette modification ne devrait pas avoir trop d'influence sur les performances de la boucle d'optique adaptative.

Le PI a été ajouté à la simulation spatio temporelle. A partir de l'équation 5.5, il est très facile d'ajouter le PI avant l'intégrateur. Il a également été nécessaire d'ajouter le prédicteur de Smith à l'intégrateur. Pour cela, la boucle de l'intégrateur et du prédicteur a été approximé par un filtre FIR. Le filtre a été obtenu à partir des 5 premiers échantillons de la réponse impulsionnelle calculée avec Matlab. Un extrait des modifications du code est fourni en annexe: A.6. Le programme modifié est *run_AO_closed_loop.m*.

7.2 SIMULATION AVEC UNE CORRECTION DES 50 PREMIERS MODES DE ZERNIKE

Une simulation avec et sans le PI dans la boucle du fringe tracker a été effectuée. Les paramètres de simulation sont les mêmes que ceux de la simulation modale:

- Une couche d'atmosphère avec un vent de 30m/s et un R_0 de 0.16.
- $L_0 = 100\text{m}$ et $l_0 = 10\text{cm}$
- $\text{nbr_echantillons} = 240$.
- 50 modes de Zernike.
- $\Delta t = 10^{-3}$.
- On the fly

Le temps de simulation a été limité à 4 secondes pour ne pas devoir attendre trop longtemps. La simulation spatio temporelle ne permet pas d'effectuer deux simulations différentes avec le même front d'onde. Des simulations "on the fly" ont donc été effectuées.

Les résultats obtenus avec de tels paramètres sont présentés ci-dessous:

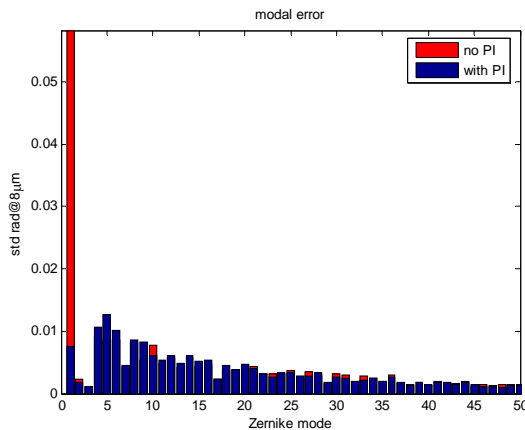


Figure 7-1 : Ecart type de l'erreur résiduelle pour les 50 premiers modes de Zernike.

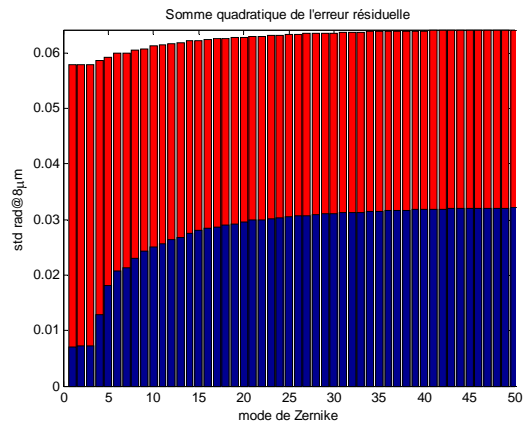


Figure 7-2 : Somme quadratique de l'erreur résiduelle des 50 premiers modes de Zernike.

L'amplitude de l'erreur résiduelle obtenue avec la simulation spatio temporelle Figure 7-1 est 10 fois plus grande que celle obtenue avec la simulation modale Figure 5-12, malgré des paramètres de simulation semblables, l'effet du PI est tout de même observé. L'erreur résiduelle du piston est divisée par plus de 8, un résultat meilleur que celui obtenu avec la simulation modale (2,54). La somme quadratique de l'erreur résiduelle est divisée par 2.

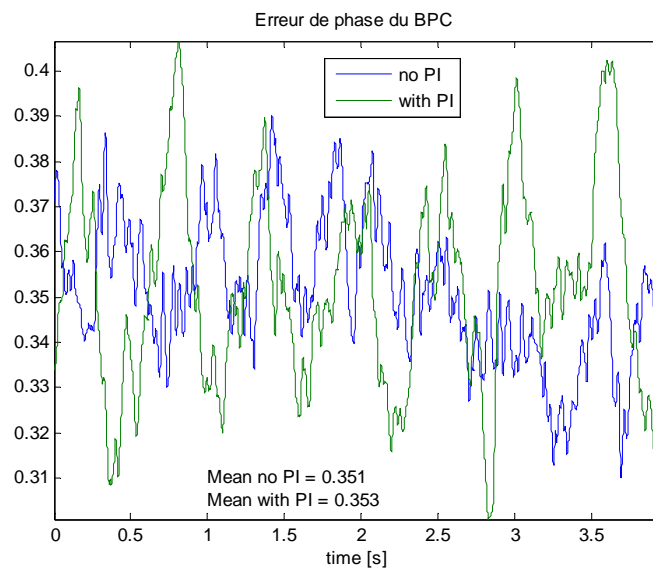


Figure 7-3 : Evolution de l'erreur de phase en fonction du temps.

D'après les résultats obtenus sur l'erreur résiduelle du piston Figure 7-1 et Figure 7-2, une diminution de l'erreur de phase du BPC devrait être obtenue, ce qui n'est pas le cas sur la Figure 7-3. En calculant les moyennes de l'erreur de phase du BPC avec et sans PI, on constate qu'elles sont extrêmement proches. La différence est inférieure au pourcent. On peut donc en conclure qu'aucune diminution de l'erreur de phase du BPC n'est effectuée. Logiquement, aucune diminution du null n'est observée, Figure 7-4.

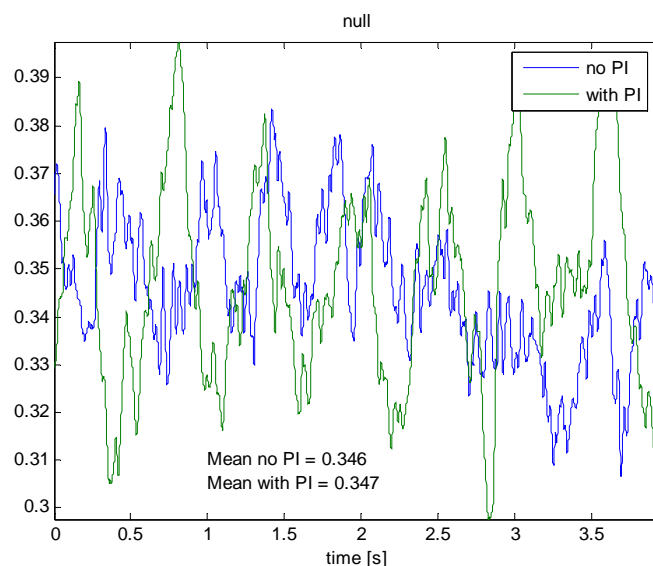


Figure 7-4 : Evolution du null en fonction du temps.

Des différentes figures ci-dessus, on constate que, comme pour la simulation modale, l'erreur résiduelle du piston est bien diminuée grâce à l'action du PI. Par contre l'erreur de phase du BPC ne subit aucune modification malgré une somme quadratique des modes de Zernike qui est diminuée. La seule différence entre la somme quadratique de l'erreur

résiduelle et l'erreur de phase du BPC est l'erreur de décomposition en mode de Zernike (voir chapitre 3.4) qui est prise en compte pour le calcul de l'erreur de phase du BPC. En d'autres termes, la majeure partie de l'erreur de phase du BPC provient des modes de Zernike qui ne sont pas corrigés par l'optique adaptative. Une simulation avec une correction de 100 modes de Zernike a été effectuée.

7.3 SIMULATION AVEC UNE CORRECTION DES 100 PREMIERS MODES DE ZERNIKE

D'après les remarques du paragraphe précédant, la simulation a été répétée avec les mêmes paramètres de simulation avec une correction des 100 premiers modes de Zernike par le système d'optique adaptative.

Les résultats obtenus avec de tels paramètres sont présentés ci-dessous:

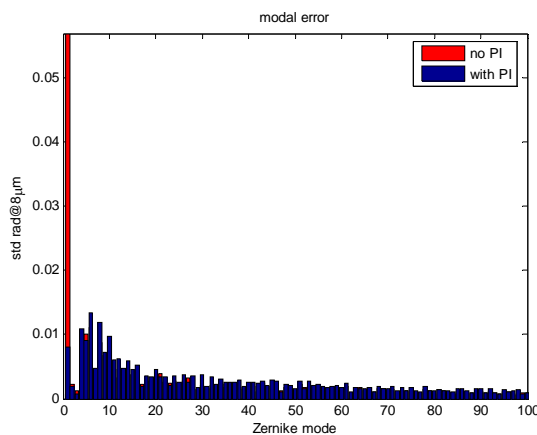


Figure 7-5 : Ecart type de l'erreur résiduelle pour les 100 premiers modes de Zernike.

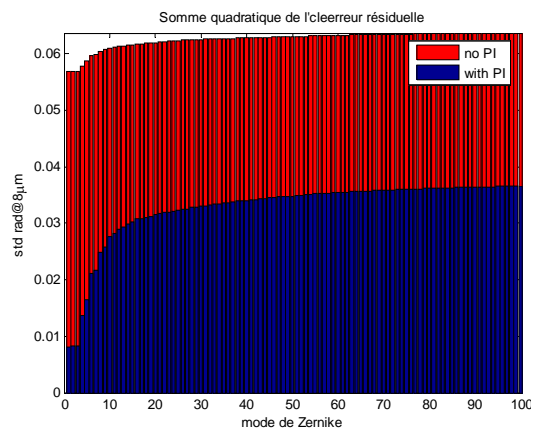


Figure 7-6 : Somme quadratique de l'erreur résiduelle des 100 premiers modes de Zernike.

On obtient les mêmes résultats que lors de la simulation avec une correction de 50 modes de Zernike par l'optique adaptative. Une amplitude de l'erreur résiduelle obtenue avec la simulation spatio temporelle 10 fois plus grande que celle obtenue avec la simulation modale et l'erreur résiduelle du piston est divisée par 5.

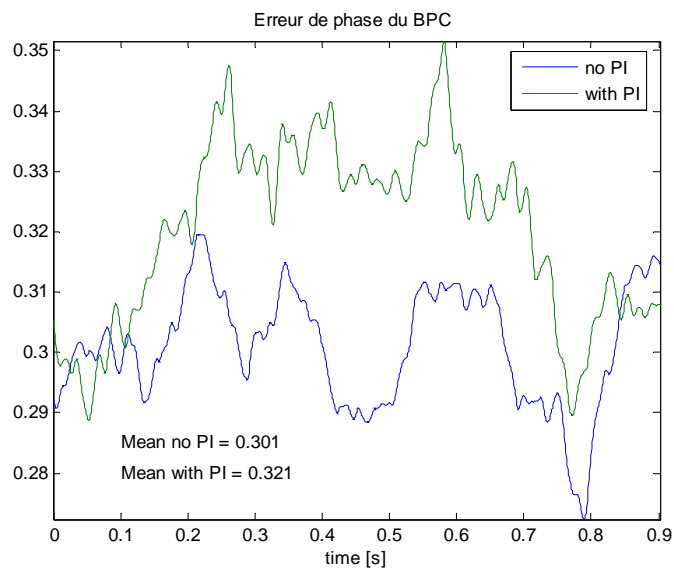


Figure 7-7 : Evolution de l'erreur de phase en fonction du temps.

On constate que malgré une correction de 100 modes de Zernike, aucune diminution de l'erreur de phase du BPC et du null n'est obtenue Figure 7-7 et Figure 7-8. Une très légère augmentation (10%) a même lieu. Cette augmentation est sûrement due au temps de simulation trop court.

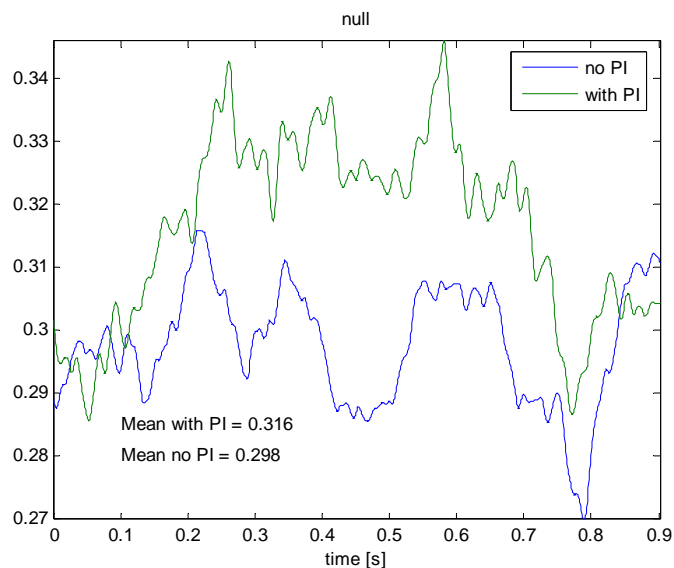


Figure 7-8 : Evolution du null en fonction du temps.

L'optimisation du piston résiduel a pu être observée mais son influence sur l'erreur de phase du BPC et sur le null n'a malheureusement pas été observée. Il est difficile de savoir si c'est un problème de simulation ou si réellement pas assez de modes de Zernike ont été corrigés.

Vu le temps restant à disposition et le temps nécessaire pour effectuer une simulation, un approfondissement de l'étude sur la simulation spatio temporelle n'a pas pu être effectué.

8. CONCLUSION

Les deux boucles d'optique adaptative ainsi que la boucle du fringe tracker ont été modélisées avec Simulink. Deux modèles du BPC ont été utilisés.

L'optimisation apportée à la boucle du fringe tracker est très performante. Elle permet de diviser l'erreur résiduelle du piston par 2.33 au minimum alors que celui-ci représente plus de 50% de l'erreur résiduelle.

Les performances obtenues en ajoutant le PI dans la boucle du fringe tracker et la facilité d'implémentation ont motivées Phil Hinz à ajouter le PI dans le futur régulateur. D'après les mesures effectuées au Steward Observatory par Joe Kraus le premier décembre (annexe: A.7), la réponse indicielle de l'amplificateur est proche de la milli seconde. Le modèle idéal est donc proche de la réponse réelle du BPC. Des mesures devraient être prises et permettront d'obtenir la réponse indicielle de l'amplificateur et du PZT.

Les performances obtenues avec le cross régulateur sont intéressantes lorsqu'il n'y a pas de retard dans l'information provenant du cross régulateur, mais un retard d'une période d'échantillonnage annule quasiment ce gain. En ajoutant un PI au cross régulateur, les performances sont également intéressantes avec un retard d'une période d'échantillonnage dans la commande provenant du cross régulateur. Ce gain de performance n'est pas complètement dû au cross régulateur puisque celui-ci est optimisé alors que la boucle d'optique adaptative reste un simple intégrateur.

En optimisant la boucle d'optique adaptative, il est également possible de diminuer les modes qui ne sont pas corrigés dans le fringe tracker. Ajouter un PI dans la boucle d'optique adaptative permettrait sûrement d'augmenter les performances de l'interféromètre. De manière générale, il est important d'optimiser la boucle d'optique adaptative avant de considérer une communication entre l'interféromètre et l'optique adaptative.

L'implémentation du PI dans la boucle du fringe tracker de la simulation spatio temporelle a permis une plus grande diminution de l'erreur résiduelle du piston que celle obtenue avec la simulation modale. Cependant l'amélioration attendue de l'erreur de phase du BPC et du null n'a pas été observée. Une étude approfondie sur la simulation spatio temporelle aurait apporté des informations intéressantes.

Une incertitude subsiste tout de même sur les différentes erreurs reportées au chapitre 3.4 concernant les excitations modales.

Yverdon

le 21.12.2004

Damien Ferrario

BIBLIOGRAPHIE

- [1] D. M. Alloin and J.-M. Mariotti. Adaptive Optics for Astronomy. NATO ASI, Vol.423 1994.
- [2] M. Etique, cours Régulation Numérique. EIVD 2004.
- [3] Robert J. Noll, Zernike polynomials and atmospheric turbulence. Optical Society of America, pages 207-211 1976.
- [4] Jean-Marc Conan, Gérard Rousset and Pierre-Yves Madec. Wave-front temporal spectra in high-resolution imaging through turbulence. Optical Society of America, pages 1559-1570, 1995.
- [5] F. Wildi, Description of the algorithms used for the AO simulation. EIVD-IAI-ADSEC-002, 2004.
- [6] Roland Longchamp, Commande numérique de systèmes dynamiques. Presse polytechniques et universitaires romandes, première édition, 1995.
- [7] D. Ferrario Intégration d'un interféromètre 'Nulling' et un système d'optique adaptative. Travail de semestre. 07 2004
- [8] F. Wildi. Dynamic aspects of the LBTI fringe tracker. EIVD-IAILBTI-001, 2003
- [9] P.Hinz, R. Angel, N.Woolf, B.Hoffmann, and D.McCarthy BLINC: a testbed for interferometry in the thermal infrared. SPIE 4006, 349, pages 349-353, 2000.
- [10] P.Hinz, R. Angel, D.McCarthy, W. Hoffmann, and C. Peng. The Large Binocular Telescope Interferometer. SPIE 4838, pages 108-112, 2003.
- [11] T. M. Herbst and P. Hinz. Interferometry on the Large Binocular Telescope. SPIE 5491, pages 383-390, 2004
- [12] T. Connors. Fast Pathlength Corrector for LBTI. CAAO, 05 2004
- [13] P. Hinz, W. Hoffmann, D. McCarthy, R. Angel, K Hege, N. Woolf. Interferometry with the Large Binocular Telescope.
- [14] A. Riccardi, G. Brusa, M. Xompero, D. Zanotti, C. Del Vecchio, P. Salinari, P. Ranfagni, D. Gallieni, R. Biasi, M. Andrighttoni, S. Miller, and P. Mantegazza, "The adaptive secondary mirrors for the Large Binocular Telescope: a progress report," in Advancements in Adaptive Optics. vol. 5490. SPIE, page 1564-1571, 2004.
- [15] P. Hinz, R. Angel, W. Hoffmann, D. McCarthy, P. McGuire, M. Cheselka, J. Hora, and N. Woolf. First results of nulling interferometry with the Multiple Mirror Telescope. SPIE, Vol. 3350 page 439-447, 1998.

ANNEXE

A.1 MARCHÉ À SUIVRE POUR EFFECTUER UNE SIMULATION MODALE DU LBTI

Trois étapes différentes sont nécessaires pour effectuer une simulation modale du LBTI. La première est de générer les excitations modales, la deuxième de simuler le modèle Simulink du LBTI avec les signaux précédemment générés et la dernière d'afficher les résultats de la simulation (Post Processing).

Ces trois étapes peuvent être effectuées sans avoir accompli au préalable une étape précédente pour autant que l'on dispose des signaux nécessaires à l'action désirée.

Pour une bonne gestion des différentes données générées, un nom de sauvegarde est toujours suggéré. La méthode proposée est de mettre le nombre de modes de Zernike (x) suivi de la période d'échantillonnage(y) et du nombre total d'échantillons (z) à la fin du nom du fichier. Cette méthode a été utilisée au cours du travail de semestre.

Tous les programmes nécessaires pour effectuer ces trois étapes sont sous le répertoire Software. Les différentes fonctions créées et nécessaires à la simulation sont présentes sous le répertoire "function". Plusieurs fonctions de F. Wildi et de M. Etique ont été utilisées. Elles sont toutes présentes dans les deux répertoires portant leur noms.

Pour la simulation spatio temporelle, tous les programmes sont présents sous le répertoire Software\Simu_LBTI. Le seul programme modifié est run_AO_closed_loop.m.

A.1.1 Etape 1: Génération des excitations modales

Pour générer les excitations modales, deux possibilités sont offertes. La première est de générer directement le front d'onde décomposé en mode de Zernike. Cela se fait à l'aide du programme zernike_gen.m qui sauvegarde ensuite ces excitations sous zernike_screen_x_y_z. La deuxième possibilité est de commencer par générer le front d'onde à l'aide du programme screen_gen.m qui sauvegarde les fronts d'onde sous screen_x_y_z et ensuite seulement de les décomposer en mode de Zernike à l'aide de la fonction zernike_decomp.m qui sauvegarde également ces excitations sous zernike_screen_x_y_z.

A.1.2 Etape 2: Simulation du modèle Simulink du LBTI

La simulation du modèle Simulink s'effectue avec le programme Simul_LBTI.m. Ce dernier effectue le chargement des excitations modales et initialise les paramètres du LBTI à l'aide de zernike_screen_load.m et LBTI_parm.m.

LBTI_parm.m initialise les paramètres et effectue la synthèse de la boucle d'optique adaptative à l'aide de init_AO.m.

Le programme Simul_LBTI.m permet de choisir différents paramètres:

- le modèle du BPC
- la fréquence d'échantillonnage de la boucle du fringe tracker
- la présence d'un PI dans la boucle du fringe tracker
- la présence du cross régulateur.

En fonction des choix effectués par l'utilisateur, les paramètres et la synthèse de la boucle du fringe tracker sont effectués à l'aide de initFT_ideal.m ou init_FT_actuel.m.

Une simulation du modèle du télescope est ensuite effectuée pour chaque mode de Zernike. Les réponses modales du télescope sont finalement sauvegardées sous `nulling_x_y_z.mat`. Pour pouvoir effectuer la simulation, il faut avoir ouvert le schéma Simulink.

Il est également possible de modifier uniquement les trois premiers modes de Zernike (piston, tip et tilt) d'une simulation effectuée. Cela permet d'effectuer une simulation des modes concernés par un changement de paramètres de la boucle du fringe tracker. Cette simulation peut être effectuée avec le programme `Simul_LBTI_PitonTipTilt.m`.

A.1.3 Etape 3: Post Processing

La dernière étape, l'affichage et l'exploitation des réponses modales s'exécute avec le programme `LBTI_post_process.m`. Ce programme charge les excitations et les réponses modales à l'aide du programme `zernike_screen_load.m`. Une vérification de la variance des excitations modales par rapport à la théorie ref.[3], [4] est effectuée. Le calcul de la puissance résiduelle est aussi effectué dans ce programme. Plusieurs autres figures sont également affichées notamment l'erreur résiduelle de chaque mode de Zernike et la somme quadratique de l'erreur résiduelle.

A.2 MAILS ÉCHANGÉS POUR OBTENIR DES INFORMATIONS SUR LE LBTI

Number of Primary Mirrors: 2
 Primary Spacing: 14.417 meter center-to-center
 Primary Physical Diameter: 8.417 meter
 Central Hole Physical Diameter: 0.889 meter
 Included in the budget for the telescope project are the costs for a pair of F/15 adaptive secondaries, each with 672 voice-coil actuators.

LBT AO dynamic model data

> a) fastest integration time

fastest integration time is depending on the binning and so on the pupil sampling. if you go for the maximum sampling (30x30) you can go at 1000fps so that the integration time is approx 1ms. You can go much faster if you bin keeping a good RON.

> b) duration of the read-out (and if there is any pipelining between integration and read-out)
 read out is about 940 microseconds in the 1000fps operating mode. Regarding pipeline the CCD is a frame transfer CCD EEV39, so you start the next integration at the same time in which you start the readout. Is it this that you mean by pipeline between integration and read-out ?

c) latency in the slope calculator

There is mainly no latency in the slope computer because there is a pipeline in the slope computation. So we start to compute the slopes when we have read out half of the CCD and we proceed so that when the last pixel arrives we compute the last slopes. The delay in computing the last slope is negligible in all the system timing.

> d) slope transfer duration. I remember you are transferring the slopes from the sensor to the reconstructor on the AdSec. Is this still correct?

I remember the transfer time is something like 20-40 microseconds we have a fiber link that runs at two Gb/s and we have about 1400 slopes at the maximum. If I take the slopes to be 32bit wide I found 22 microseconds of transmission time. This of course is not taking into account overhead like packet fragmentation and headers. I think this number is quite close to what Roberto Biasi told me.

> e) reconstructor latency

This is depending on the kind of filtering you are doing but in a simple case modal control with a single pole you get something like 45 microseconds for the mirror commands computation.

Simone Esposito
 Arcetri Astrophysical Observatory
 Largo E. Fermi 5
 50125 Florence
 Italy

tel +39 055 2752 203/304
 fax +39 055 2752 292
 email esposito@arcetri.astro.it

> f) AdSec dynamic response. Is the data presented by Armando in San Diego
 > 2003 still up-to-date? (Fig 8)

I confirm the San Diego results, so far: settling time 0.7-0.9ms with overshoot less than 10% depending on the mode (see also fig 9). We are still working with the MMT DSP boards on the P45 LBT prototype, the same

boards used for the San Diego tests. New DSP electronics for LBT is under test for hardware/firmware debugging at Microgate right now. We will switch to new DSP electronics on mid April during the tests of refurbished P45 prototype. A significative upgrade to the dynamical performances is expected with the new DSP electronics due the possibility to increase some more the digital damping.

| Armando Riccardi - LBT AdOpt Group / Phone : +39-055.27.52.207 |
| Osservatorio Astrofisico di Arcetri / Phone(lab): +39-055.27.52.304 |
| L.go E. Fermi 5 / Fax : +39-055.27.52.292 |
| 50125 Firenze (ITALY) / E-mail: riccardi@arcetri.astro.it |

LBTI dynamic model data

-----Original Message-----

From: Phil Hinz [mailto:phinz@as.arizona.edu]
Sent: Thursday, April 29, 2004 12:29 AM
To: WILDI Francois
Cc: tjm@as.arizona.edu; jkraus@as.arizona.edu; tconnors@as.arizona.edu
Subject: Re: FW: LBTI dynamic model data

Francois,

Below is my attempt to give you reasonable numbers for the LBTI servo loop. We are still playing around with our prototype system in BLINC and as such have not frozen the design for LBTI yet. Joe Kraus, a recently hired software engineer, is working on the design along with Tom McMahon and may be able to help with questions as well as me.

You should be able to use Bill Hoffmann's office while you are here this summer. I hope that the design is better defined by then so that we can get your input on it.

Phil

Hi Phil,

My student has started modeling the LBTI working in feedforward with the LBT-AO. He will be soon finished with the generic model and we will need some 'real' instrument parameters so that we can understand the details of the dynamic system behaviour.

We would appreciate if we could get some LBTI dynamical parameters for our model like:

- > a) fastest integration time (i.e. fastest update period at the fringe tracker level)
We have a current spec of 1 kHz. The goal is 2 kHz.
- > b) duration of the wavefront sensor read-out (and if there is any pipelining between integration and read-out)
We don't know what this is yet, but probably a one to two frame delay (plus half for the integration time) should be assumed.
- > c) reconstructor latency (You will need some time to determine the piston, tip and tilt for you local tracking mirror, and probably some more time if you want to feed the AO with some info on the higher order residuals)
The computations are not particularly intensive, but I don't know what we can expect yet. For modelling assume it's 100 microsec.
- > d) high voltage amps dynamic response
Tom Connors designed the LBTI's Fast Pathlength Corrector (FPC) and I've asked him to address this point.

- > e) LBTI internal tip/tilt dynamic response (i.e. fringe tracker dynamic response)
Tom Connors can address this as well.
- > f) Expected read-out noise in K-band
I believe we'll have a chip with 30 e- noise. We might end up with something better (10 e-) but assume 30 for now.

A.3 CALCUL DE LA FRÉQUENCE DE COUPURE DU PI À PARTIR DE SA PHASE À ω_0

La phase du PI pour la fréquence à laquelle l'amplitude en boucle ouverte de la boucle du fringe tracker est égale à 1 ($phasePI\omega_0$) est fixée d'après les conditions suivantes:

$$\begin{aligned} \arg\{PI|_{\omega=\omega_0}\} &= phasePI\omega_0 \\ phasePI\omega_0 &= \text{margephasemin} - \arg\{G_o|_{\omega=\omega_0}\} \\ phasePI\omega_0 &> phasePI \end{aligned} \quad 0.1$$

Le calcul de la fréquence de coupure du PI d'après $phasePI\omega_0$ est détaillé ci-dessous:

$$\begin{aligned} phasePI\omega_0 &= \arg\left\{\frac{1+s \cdot T_i}{s \cdot T_i}\right\}\bigg|_{\omega=\omega_0} = \arg\left\{\frac{1+s \cdot T}{s \cdot T_i}\right\} \\ &= \arg\{1+j \cdot \omega_0 \cdot T_i\} - \arg\{s \cdot T_i\} = \arg\{1+j \cdot \omega_0 \cdot T_i\} - \frac{\pi}{2} = \arctan\left(\frac{\omega_0 \cdot T_i}{1}\right) - \frac{\pi}{2} \\ T_i &= \frac{\tan(phasePI\omega_0 + \frac{\pi}{2})}{\omega_0} \end{aligned} \quad 0.2$$

Rapel :

$$f_{PI} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot T_i}$$

A.4 DISCRÉTISATION DE LA LOI DE COMMANDE DU REGULATEUR PI ANALOGIQUE

$$\begin{aligned}
 y(t) &= K_{PI} \left(u(t) + \frac{1}{T_{PI}} \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) \cdot d\tau \right) \\
 y(k) &= K_{PI} \left(u(k) + \frac{1}{T_{PI}} \sum_{l=0}^{k-1} \frac{u(l) + u(l+1)}{2} \cdot h \right) \\
 y(k-1) &= K_{PI} \left(u(k-1) + \frac{1}{T_{PI}} \sum_{l=0}^{k-2} \frac{u(l) + u(l+1)}{2} \cdot h \right) \\
 y(k) - y(k-1) &= K_{PI} \left(u(k) + \frac{h}{T_{PI}} \sum_{l=0}^{k-1} \frac{u(l) + u(l+1)}{2} \right) \\
 &\quad - K_{PI} \left(u(k-1) + \frac{h}{T_{PI}} \sum_{l=0}^{k-2} \frac{u(l) + u(l+1)}{2} \cdot h \right) \\
 y(k) - y(k-1) &= K_{PI} \left(u(k) - u(k-1) + \frac{h}{2 \cdot T_{PI}} \cdot \underbrace{\left(\sum_{l=0}^{k-1} u(l) + u(l+1) - \sum_{l=0}^{k-2} u(l) + u(l+1) \right)}_{u(k-1) + u(k)} \right) \quad 0.3 \\
 y(k) - y(k-1) &= K_{PI} \left(u(k) - u(k-1) + \frac{h}{2 \cdot T_{PI}} \cdot (u(k-1) + u(k)) \right) \\
 y(k) - y(k-1) &= K_{PI} \left(1 + \frac{h}{2 \cdot T_{PI}} \right) \cdot u(k) + K_{PI} \left(\frac{h}{2 \cdot T_{PI}} - 1 \right) \cdot u(k-1) \\
 \Rightarrow PID &= \frac{y(k)}{u(k)} = \frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{b_0 \cdot z + b_1}{z - 1} \\
 \text{avec :} & \\
 b_0 &= K_{PI} \cdot \left(1 + \frac{h}{2 \cdot T_{PI}} \right) \text{ et } b_1 = K_{PI} \cdot \left(\frac{h}{2 \cdot T_{PI}} - 1 \right)
 \end{aligned}$$

A.5 CALCUL DE ω_0 EN CONNAISSANT LE FACTEUR DE QUALITÉ ET LA FRÉQUENCE DE COUPURE D'UN SYSTÈME.

$$\left| \frac{1}{1 + \frac{1}{Q_0} \cdot \frac{j \cdot \omega_c}{\omega_0} + \left(\frac{j \cdot \omega_c}{\omega_0} \right)^2} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\dots \Rightarrow \left(\frac{\omega_c}{\omega_0} \right)^4 \left(1 + \frac{1}{Q_0^2} \right) - 2 \left(\frac{\omega_c}{\omega_0} \right)^2 - 1 = 0$$

$$\dots \Rightarrow \left(\frac{\omega_c}{\omega_0} \right)^2 = \left(1 - \frac{1}{2 \cdot Q_0^2} + \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2 \cdot Q_0^2} \right)^2 + 1} \right)$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{\omega_c^2}{\left(1 - \frac{1}{2 \cdot Q_0^2} + \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2 \cdot Q_0^2} \right)^2 + 1} \right)}}$$

0.4

A.6 EXTRAITS DES MODIFICATIONS APPORTÉES AU CODE DE LA SIMULATION SPATIO TEMPORELLE

A.6.1 Calcul de la commande du BPC avec le PI

```
% Initialisation du PI et de l'intégrateur (filtre FIR)
fringe_tracker_PI = [1.1288    -0.8712  0  0  0];
fringe_tracker_FIR=[0.455   -14.3e-6  -0.215  -9.374e-3  0.117];%FD

% Calcul de la commande du PI
%      y(k)=y(k-1)+B0*u(k)+B1*u(k-1)
BPC_command_vector_PI=[BPC_command_vector_PI(:,1)+BPC_error_used*fringe_tracker_PI'
                        BPC_command_vector_PI(:,1:4)];

%Calcul de la commande du BPC à partir de la sortie du PI
BPC_command_vector=BPC_command_vector + BPC_command_vector_PI* fringe_tracker_FIR';%FD
```

A.6.2 Calcul de la commande du BPC sans le PI

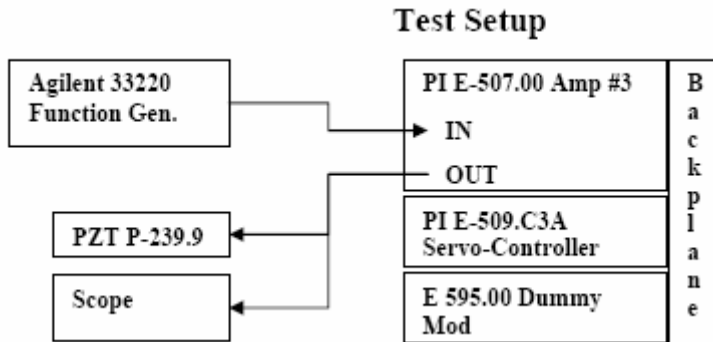
```
%      Initialisation de l'intégrateur (filtre FIR)
fringe_tracker_FIR=[0.455   -14.3e-6  -0.215  -9.374e-3  0.117];%FD

%Calcul de la commande du BPC
BPC_command_vector=BPC_command_vector + BPC_error_used*fringe_tracker_FIR';
```

A.7 EXTRAIT DES MESURES DE LA RÉPONSE INDICIELLE DE L'AMPLIFICATEUR

Mesures effectuées par Joe Kraus le 1er décembre 2004. Toutes les mesures sont contenues dans PZTTest_11_04.pdf.

PZT Test 11/24/04



Test 1:

- Input Rise Time ~200 nsec
- E-509 Connected to backplane but off
- PZT Not connected

Vin (V)	Vout Amp 3	Freq (Hz)	File	Figure	Time to Settle	Max Freq
0.010	-1.0	10	041124_091450	1	20	50
0.100	-10.0	10	041124_092737	2	20	50
0.200	-20.0	10	041124_092612	3	20	50
0.400	-40.0	10	041124_092908	4	20	50
1.000	-100.0	10	041124_093024	5	20	50

Test 2:

- Input Rise Time ~200 nsec
- E-509 removed from backplane
- Dummy board connected
- PZT Not connected

Vin (V)	Vout Amp 3	Freq (Hz)	File	Figure	Time to Settle	Max Freq
0.050	-5.0	10	041124_114836	6	200 μ s	5 kHz
0.100	-10.0	10	041124_115806	7	< 300 μ s	5 kHz
0.200	-20.0	10	041124_120223	8	< 300 μ s	> 3 kHz
0.400	-40.0	10	041124_120937	9	< 300 μ s	> 3 kHz
0.800	-80.0	10	041124_121255	10	< 300 μ s	> 3 kHz
1.000	-100.0	10	041124_121640	11	< 300 μ s	> 3 kHz
2.000	-200.0	10	041124_121812	12	< 300 μ s	> 3 kHz
4.000	-400.0	10	041124_122440	13	< 300 μ s	> 3 kHz
8.000	-800.0	10	041124_122805	14	< 300 μ s	> 3 kHz
0.100	-10.0	1000	041124_123237		~ 250 μ s	~ 4 kHz
0.100	-10.0	2000	041124_123337		~ 250 μ s	~ 4 kHz

Test 3:

- E-509 is removed from backplane
- E-595.00 dummy board connected.
- PZT Connected

Vin (V)	Vout Amp 3	Freq (Hz)	File	Figure	Time to Settle	Max Freq (Hz)
0.050	-5.0	5	041124_123123	15	~ 500 μ s	2000
0.100	-10.0	5	041124_123811	16	~ 600 μ s	1600
0.200	-20.0	5	041124_124313	17	~ 800 μ s	1200
0.4	-40	1	041129_164254	18	1.5 msec	666
0.8	-80	1	041129_164552	19	2.8 msec	360
1.2	-120	1	041129_164638	20	5.2 msec	190
1.6	-160	1	041129_164927	21	7.6 msec	132
2.4	-240	1	041129_165047	22	12.0 msec	83
4.0	-400	1	041129_165214	23	20.0 msec	50
6.0	-600	1	041129_165251	24	34.0 msec	30

Comments:

1. With the 509 Servo Controller card plugged into the backplane there is always a minimum 10 – 20 ms RC type response with time independent of the voltage requested.
2. If the 509 is disconnected from the backplane and a bypass card plugged in, the response of the amplifier is about 200 μ sec, RC type, for all voltages. This is with the PZT not connected to the amplifier output.
3. With the bypass card and a PZT connected the response does vary with requested voltage. This looks like a linear response. These are shown in the tables above and the plots below. In general the response seems to be better than what is published in the PI E-507 manual.
4. The actual response of the PZT, how far it moved, was not measured.