Droite de Henry

La **droite de Henry** est une méthode pour visualiser les chances qu'a une distribution d'être gaussienne. Elle permet de lire rapidement la moyenne et l'écart type d'une telle distribution.

Principe

Si *X* est une variable gaussienne de moyenne et de variance σ^2 et si *N* est une variable de loi normale centrée réduite, on a les égalités suivantes :

$$P(X < x) = P\left(\frac{X - \overline{x}}{\sigma} < \frac{x - \overline{x}}{\sigma}\right) = P(N < t) = \Phi(t)$$

avec

$$t = \frac{x - \overline{x}}{\sigma}$$

(on note Φ la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite).

Pour chaque valeur x_i de la variable *X*, on peut (à l'aide d'une table de la fonction Φ) :

- calculer $P(X < x_i)$
- en déduire t_i tel que $\Phi(t_i) = P(X < x_i)$

Si la variable est gaussienne, les points de coordonnées (x_i ; t_i) sont alignés sur la droite d'équation

$$t = \frac{x - \overline{x}}{\sigma}$$

La droite traverse l’axe des *x* à la valeur $\overline{x}$ (moyenne).

L’écart-type est l’inverse de la pente de la droite.

Exemple numérique

Lors d'un examen noté sur 20, on obtient les résultats suivants :

- 10% des candidats ont obtenu moins de 4
- 30% des candidats ont obtenu moins de 8
- 60% des candidats ont obtenu moins de 12
- 80% des candidats ont obtenu moins de 16

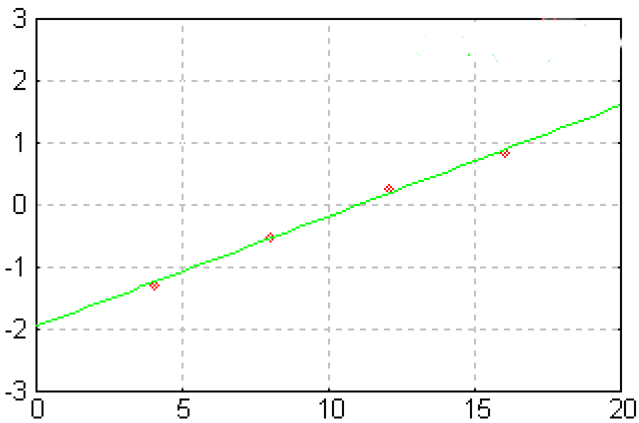
On cherche à déterminer si la distribution des notes est gaussienne, et, si oui, ce que valent son espérance et son écart type.

On connaît donc 4 valeurs x_i, et, pour ces 4 valeurs, on connaît $P(X < x_i)$.

En utilisant la table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite, on détermine les ti correspondants :

x_i	$P(X<x_i) = \Phi(t_i)$	t_i
4	0,10	-1,28
8	0,30	-0,525
12	0,60	0,255
16	0,80	0,84

Il suffit alors de tracer les points de coordonnées (x_i ; t_i).



Les points paraissent alignés ; la droite coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 11 et le coefficient directeur est (0,84 +1,28)/12 environ, ce qui donnerait un écart type de 12/2,12 = 5,7.

Cela laisse penser que la distribution est gaussienne de paramètres $\bar{x}$, σ^2, où

$$\bar{x} = 11$$

et

$$\sigma = 5{,}7.$$