

Enoncé du problème

Une mesure de distance est répétée 10 fois avec un instrument dont la précision (tolérance) est donnée dans le datasheet à $\pm 20 \mu\text{m}$.

L'écart type des 10 mesures effectuées est de $32 \mu\text{m}$ et l'histogramme indique une distribution probablement gaussienne. L'analyse du processus indique que la variabilité des mesures est, au moins en partie, due à des variations aléatoires et imprévisibles de l'environnement.

Calculer avec la méthode GUM l'incertitude type et élargie de la **valeur moyenne des 10 mesures effectuées** au niveau de confiance de 95%.

Solution (se référer aux slides décrivant la méthode GUM)

1. **Analyse du processus de mesure:** la mesure est affectée par deux effets:

- La tolérance de l'instrument ($\pm 20 \mu\text{m}$) qui doit être considérée comme une erreur systématique inconnue (type B dans GUM).
- Une influence aléatoire de l'environnement qui provoque une distribution gaussienne avec écart-type de $32 \mu\text{m}$ (type A dans GUM).

2. **Modèle mathématique de la mesure:**

$$Y = X_{\text{dispersion}} + \Delta X_{\text{tolérance}}$$

$$\text{Coefficients de sensibilité : } \frac{\partial Y}{\partial X_{\text{disp}}} = 1; \quad \frac{\partial Y}{\partial \Delta X_{\text{tol}}} = 1;$$

3. **Estimation des moyennes et incertitudes type des variables:**

	Type selon GUM	Moyenne	Distribution	Incrtitude type	Remarque
$X_{\text{dispersion}}$	A	X_m	gaussienne	$u_{\text{disp}} = \frac{32}{\sqrt{10}} = 10.12 \mu\text{m}$	Ecart-type de la valeur moyenne
$\Delta X_{\text{tolérance}}$	B	0	uniforme	$u_{\text{tol}} = \frac{20}{\sqrt{3}} = 11.55 \mu\text{m}$	L'erreur de tolérance ne dépend pas du nombre de mesure

4. **Calcul de l'incertitude type de la valeur moyenne de Y**

$$u_Y = \sqrt{\left(\frac{\partial Y}{\partial X_{\text{disp}}} u_{\text{disp}}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \Delta X_{\text{tol}}} u_{\text{tol}}\right)^2} = \sqrt{10.12^2 + 11.55^2} = 15.35 \mu\text{m}$$

5. **Calcul du nombre de degrés de liberté**

$$v_{\text{dispersion}} = N - 1 = 9$$

$$v_{\text{tolérance}} = \infty$$

$$v_{\text{effectif}} = \frac{u_Y^4}{\frac{u_{\text{disp}}^4}{v_{\text{disp}}} + \frac{u_{\text{tol}}^4}{v_{\text{tol}}}} = \frac{15.35^4}{\frac{10.12^4}{9} + 0} = 47.6;$$

$k = 2,02$ pour le niveau de confiance $(1-\alpha)$ de 95%.

6. **Expression finale du résultat de mesure**

Incrtitude type de la valeur moyenne	$\pm 15,35 \mu\text{m}$
Incrtitude élargie de la valeur moyenne	$\pm 2,02 \cdot 15,35 = \pm 31 \mu\text{m}$