

Dichotomie

Un article de Wikipédia, l'encyclopédie libre.

En algorithmique, la **dichotomie** (« couper en deux » en grec) est un processus itératif ou récursif de recherche où, à chaque étape, l'espace de recherche est restreint à l'une des deux parties.

On suppose bien sûr qu'il existe un test relativement simple permettant à chaque étape de déterminer l'une des deux parties dans laquelle se trouve une solution. Pour optimiser le nombre d'itérations nécessaires, on s'arrangera pour choisir à chaque étape deux parties sensiblement de la même « taille » (pour un concept de « taille » approprié au problème), le nombre total d'itérations nécessaires à la complétion de l'algorithme étant alors logarithmique en la taille totale du problème initial.

L'algorithme

s'applique typiquement à la recherche d'un élément dans un ensemble fini ordonné et organisé en séquence. La fonction de « taille » du problème sera alors le cardinal de l'espace (fini) de recherche, et à chaque étape, on coupera l'espace de recherche en deux parties de même taille (à un élément près) de part et d'autre de l'élément médian.

La dichotomie peut être vue comme une variante simplifiée de la stratégie plus générale diviser pour régner appliquée au cas particulier de la recherche itérative d'une solution, où le traitement des sous-espaces exclus de la recherche et de sa recombinaison peuvent être court-circuités.

Sommaire

- 1 Exemple
- 2 Algorithme
- 3 Autre exemple
- 4 Champ d'application
 - 4.1 Recherche dans les versions successives d'une page Wikipédia

Exemple

Prenons un exemple simple et ludique pour illustrer le mécanisme de **recherche par dichotomie**:

Pierre propose à Paul le jeu suivant: « choisis en secret un nombre compris entre 0 et 100; je vais essayer de le deviner le plus rapidement possible, mais tu ne dois répondre à mes questions que par oui ou par non ». Paul choisit 65 et attend les questions de Pierre:

- est-ce que le nombre est plus grand que 50? (100 divisé par 2)
- oui
- est-ce que le nombre est plus grand que 75? $((50 + 100) / 2)$
- non
- est-ce que le nombre est plus grand que 63? $((50 + 75 + 1) / 2)$
- oui

Pierre réitère ses questions jusqu'à trouver 65. Par cette méthode itérative, Pierre est sûr de trouver beaucoup plus rapidement le nombre qu'en posant des questions du type « est-ce que le nombre est égal à 30? ».

Algorithme

```
//déclarations
début, fin, val, mil : Entier
t : Tableau [0..100] d'entier
trouvé : Booléen

//initialisation
début <- 0
fin <- 100
trouvé <- faux

//Question
Répéter
Afficher "Valeur recherchée ? (entre 0 et 100)"
Saisir val
Jusqu'à début<=val et val<=fin

//Boucle de recherche
Répéter
mil <- début + ((fin-début) / 2)
Si t[mil] = val alors
    trouvé <- vrai
Sinon
    Si val > t[mil] Alors
        début <- mil + 1
        Si t[début] = val Alors
            mil <- début
            trouvé <- Vrai
        FinSi
    Sinon
        fin <- mil - 1
        Si t[fin] = val Alors
            mil <- fin
            trouvé <- vrai
        FinSi
    FinSi
Jusqu'à trouvé ou ( début >= fin )

//Affichage du résultat
Afficher "La valeur est ", val
```

Autre exemple

Cette méthode est très efficace pour la recherche des zéros approchés d'une fonction continue au voisinage du zéro cherché (théorème des valeurs intermédiaires), à condition qu'on puisse déterminer le signe de $f((a+b)/2)$ à chaque itération. Elle prend alors le nom de méthode de dichotomie :

Soit $f(x)$ une fonction telle que:

- $f(a) < 0$
- $f(b) > 0$
- f est continue strictement croissante entre les points a et b ($a < b$)

Alors une dichotomie permet de trouver rapidement la valeur y telle que $f(y) = 0$.

1. Partir du couple de valeurs (a, b) ;
2. Évaluer la fonction en $(a+b)/2$;
3. Si $f((a+b)/2) < 0$, remplacer a par $(a+b)/2$, sinon remplacer b par $(a+b)/2$;
4. Recommencer à partir du nouveau couple de valeurs jusqu'à ce que la différence entre les deux valeurs soit inférieure à la précision voulue.

Une implémentation simple de cet algorithme se trouve dans l'article Objective Caml.

Champ d'application

En dehors des considérations mathématiques la méthode de détection de problème par dichotomie peut être appliquée à de nombreux processus.

Par exemple, en industrie, si un produit passant par *x* phases de transformation présente une anomalie, il est très pratique d'utiliser la dichotomie pour analyser les transformations (ou processus) par groupe plutôt que un par un. Cela permet aussi d'effectuer des réglages précis par étape.

La méthode de dichotomie peut, par exemple, être utilisée si l'on rencontre un problème lorsque l'on groupe 6 appareils. Le système tombe toujours en panne sans que l'on sache de quel appareil cela provient. On peut alors les regrouper par 3 et effectuer un test. Si les deux groupes tombent en panne, on peut en déduire que cela vient probablement d'une faiblesse du modèle des 6 appareils. Si un seul des deux groupes tombe en panne, on en déduit que c'est un appareil de ce groupe qui pose problème. Il n'y a plus qu'à grouper 2 des 3 appareils susceptibles d'être la source de la panne : en 3 temps maximum, on teste ainsi les 6 appareils.

Il faut toutefois émettre l'hypothèse que deux appareils ne puissent « tomber » en panne simultanément. Cette situation est, de façon théorique, quasi-impossible mais, dans les faits, peut se produire macroscopiquement puisque le test de vérification de l'état de marche global est effectué à intervalles plus grands que le risque de survenue des pannes. Ca ne compromet évidemment pas la méthode, mais restreint cependant son champ de validité : un seul élément doit être recherché pour qu'elle soit opérationnelle.

Recherche dans les versions successives d'une page Wikipédia

La recherche dichotomique peut également être utilisée pour retrouver rapidement l'origine d'une partie d'un texte dans une page de Wikipédia. En utilisant l'historique, on lancera la comparaison de deux versions successives de la page situées approximativement au milieu de la liste des versions de la page. Si on trouve la partie de texte recherchée dans cette version (avec l'outil de recherche du navigateur utilisé), et sauf si elle fait partie des ajouts de cette version, cette partie de texte est donc plus ancienne et il faudra recommencer la recherche aux alentours de la moitié des versions plus anciennes. Par contre, si on ne trouve pas cette partie de texte, c'est qu'elle a été ajoutée plus récemment et il faudra recommencer la recherche aux alentours de la moitié des versions plus récentes. Et ainsi de suite jusqu'à trouver la version de la page où cette partie de texte a été ajoutée.

Cette méthode de recherche est évidemment beaucoup plus rapide que la consultation de chaque version d'une page. Elle présente toutefois l'inconvénient de ne pas permettre de détecter si une partie de texte a été ajoutée et enlevée plusieurs fois.

Notons que si l'historique des modifications d'une page se présente sur plusieurs pages, on pourra avantagement considérer que le milieu des versions successives est situé en bas de la première page de cet historique.

Récupérée de « <http://fr.wikipedia.org/wiki/Dichotomie> »

Catégorie : Algorithmique

- Dernière modification de cette page le 19 mars 2008 à 09:32.
- Droit d'auteur : Tous les textes sont disponibles sous les termes de la licence de documentation libre GNU (GFDL).
Wikipedia® est une marque déposée de la Wikimedia Foundation, Inc., organisation de bienfaisance régie par le paragraphe 501(c)(3) du code fiscal des États-Unis.