

# Des lentilles épaisses aux systèmes optiques

# Lentilles épaisses et plans principaux

La figure 6.1 représente une lentille épaisse (i.e. dont l'épaisseur n'est plus négligeable). Comme on va le voir, il pourrait s'agir d'un système optique constitué d'une lentille ou plus. Les points focaux objet et image,  $F_o$  et  $F_i$ , peuvent être positionnés par rapport aux deux sommets les plus à l'extérieur. Dans ce cas, on retrouve les tirages optiques objet et image désignées par b.f.l. et f.f.l. Les rayons incidents et émergents se prolongent pour se rencontrer en des points qui forment une surface courbe qui peut se trouver ou non dans la lentille. Cette surface, approximativement un plan dans la région paraxiale, est appelée **plan principal**

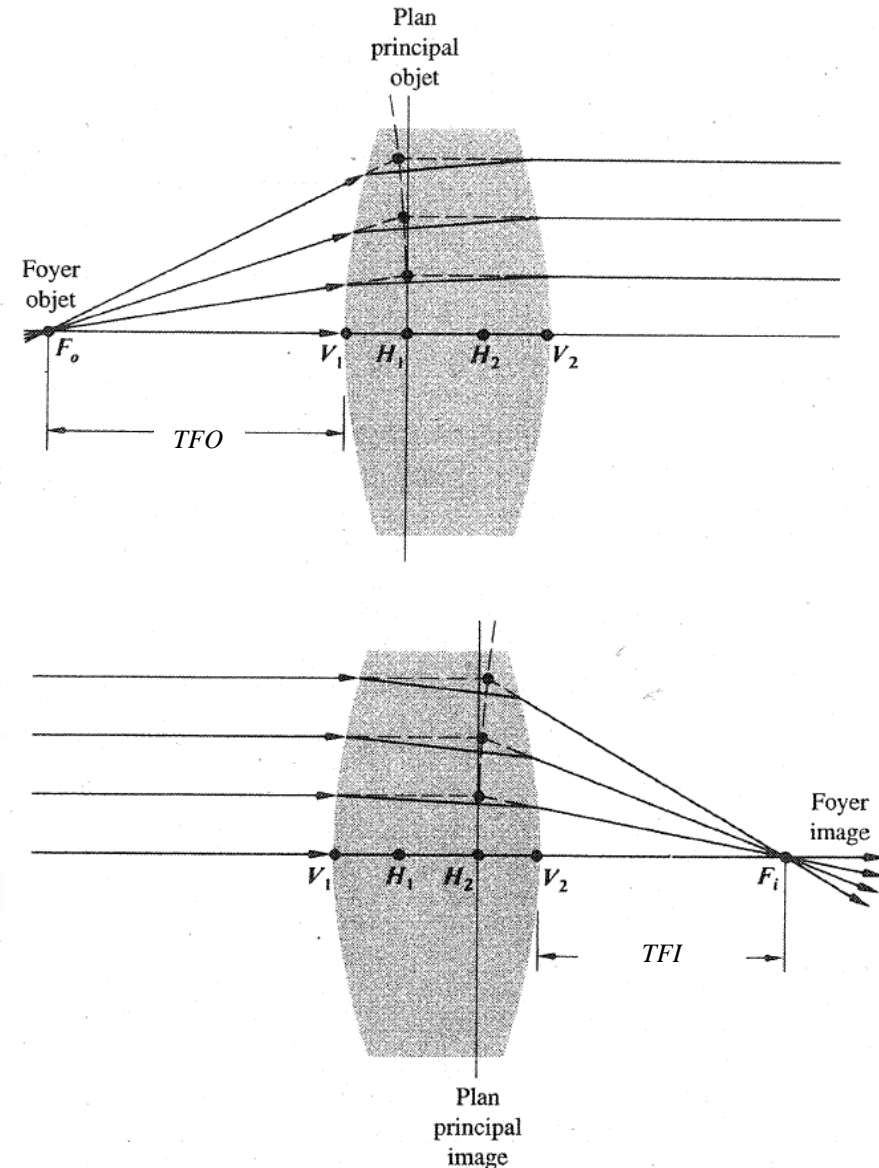


Figure 6.1 Une lentille épaisse.

# Points principaux

Les points d'intersection des plans principaux objet et image (comme dans la figure 6.1) avec l'axe optique sont les points principaux objet et image,  $H_1$  et  $H_2$ , respectivement. Ce sont des points de référence abondamment utilisés, à partir desquels on définit plusieurs paramètres du système.

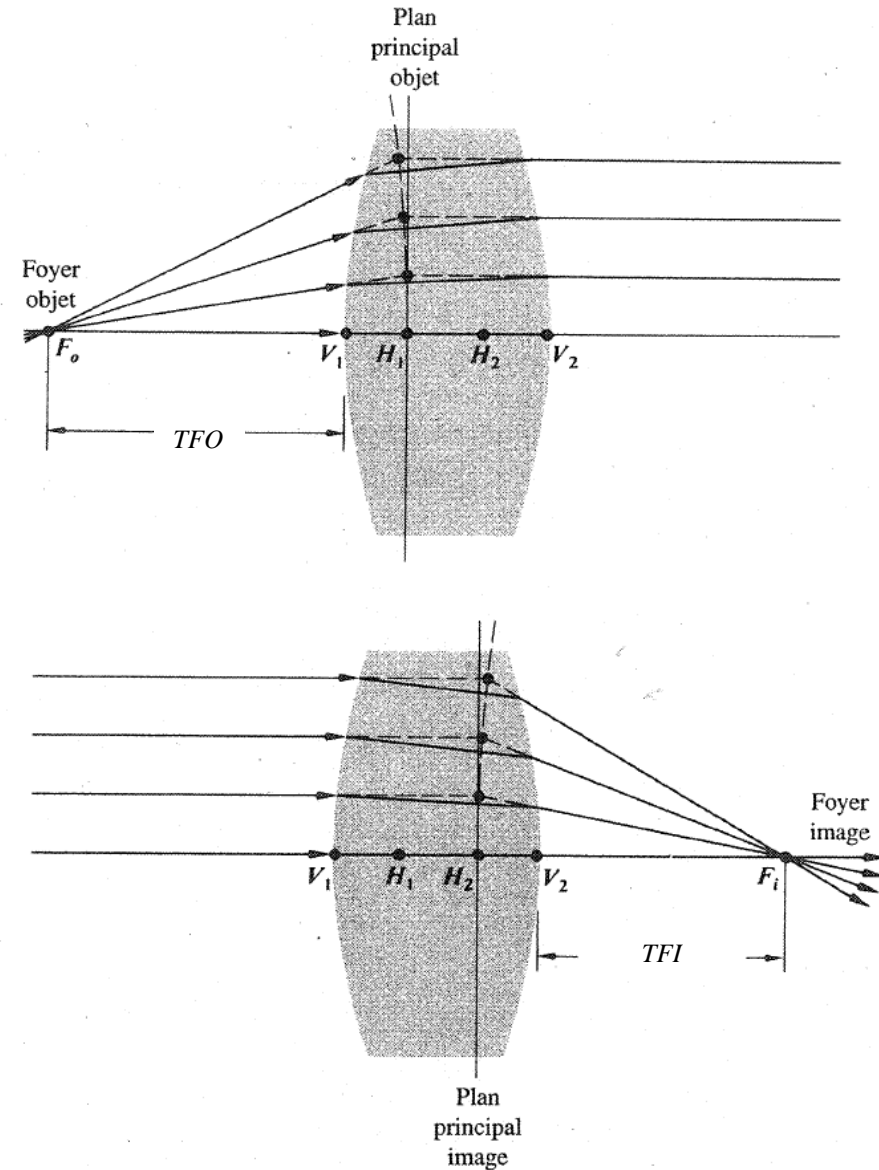


Figure 6.1 Une lentille épaisse.

# Points nodaux

On a vu qu'un rayon incident passant par le centre optique d'une lentille en ressort parallèlement à sa direction incidente. En les prolongeant, ces rayons incidents et émergents vont croiser l'axe optique en des points appelés **points nodaux**,  $N_1$  et  $N_2$  (figure 6.2).

Quand les milieux extrêmes sont identiques (en général l'air), les points **principaux** et **nodaux** sont confondus.

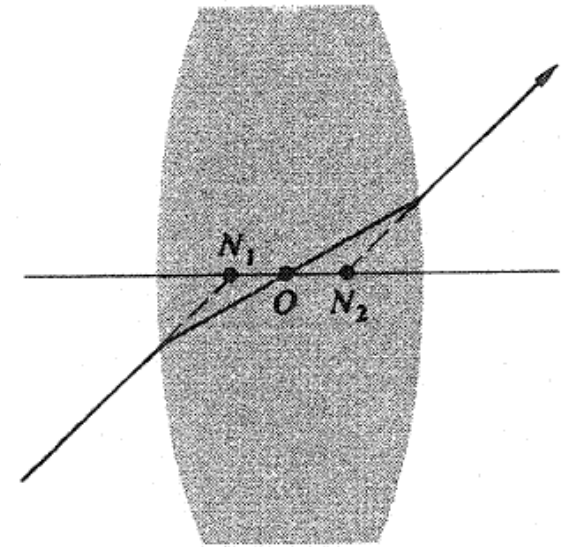


Figure 6.2 Points nodaux.

# Points cardinaux d'un système optique

1. Les deux foyers
2. Les deux points principaux
3. Les deux points nodaux

constituent les **six points cardinaux** d'un système.

# Positions des plans principaux

Comme le montre la figure 6.3, les plans principaux peuvent se situer en dehors de la lentille. Chaque lentille, dans chacun des deux groupes, a la même puissance. Notons que les plans principaux de la lentille symétrique sont eux-mêmes positionnés symétriquement. Dans le cas de lentilles plan-concave et plan-convexe, l'un des deux plans principaux est tangent à la surface courbe – conformément à la définition (appliquée dans la région paraxiale). En revanche, les points principaux peuvent se trouver en dehors de la lentille, comme pour les ménisques. La différence de forme entre lentilles de même puissance se traduit par leur *cambrure*. La règle empirique pour les lentilles en verre ordinaire dans l'air est que la séparation  $\overline{H_1H_2}$  vaut environ un tiers de l'épaisseur de la lentille  $\overline{V_1V_2}$ .

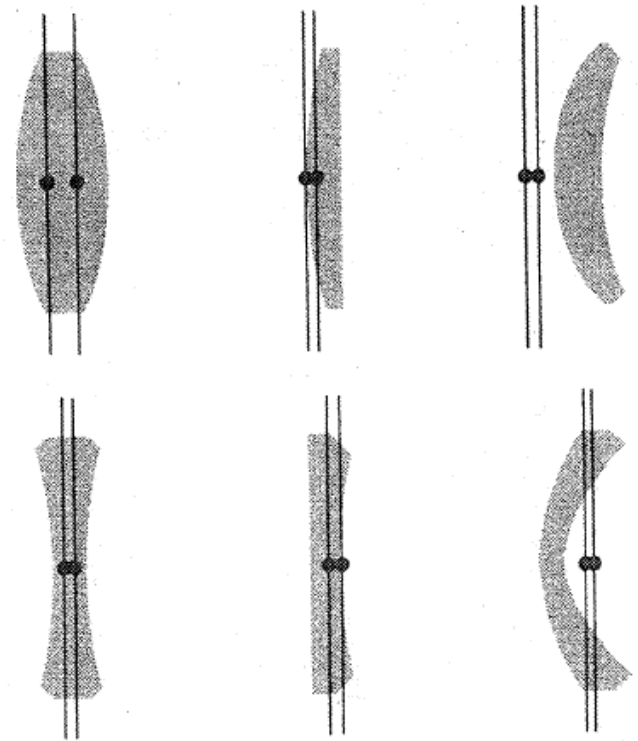
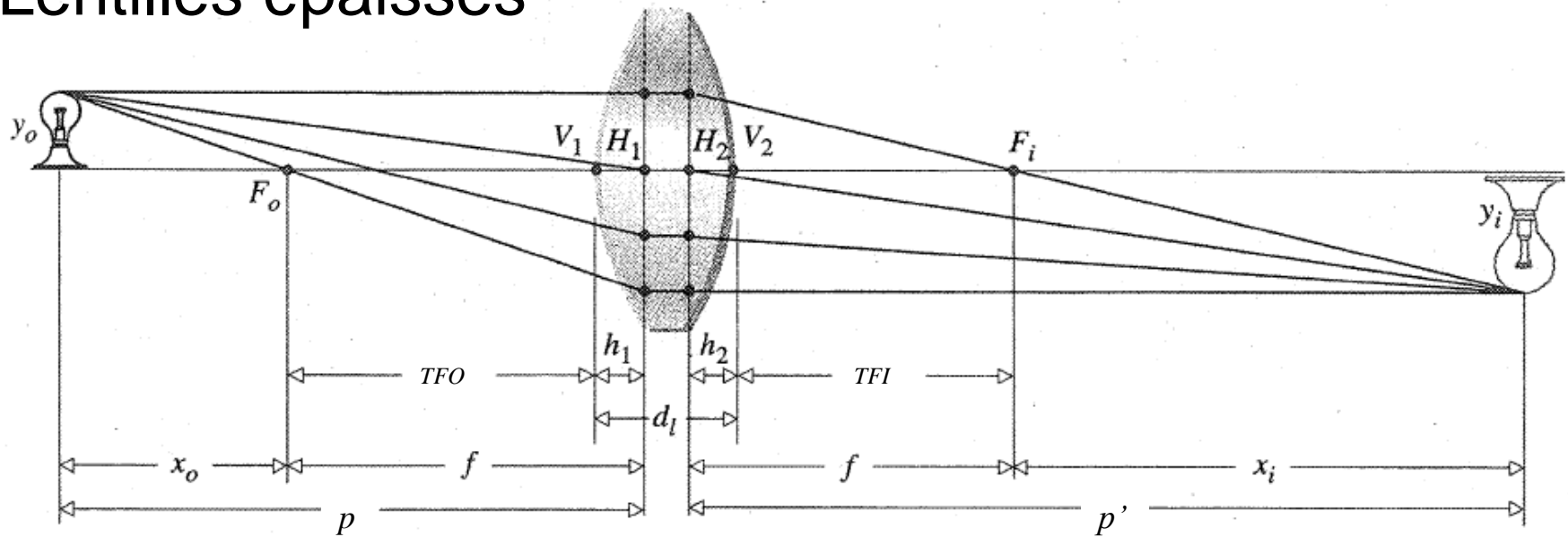


Figure 6.3 Lentilles de différentes courbures.

# Lentilles épaisses

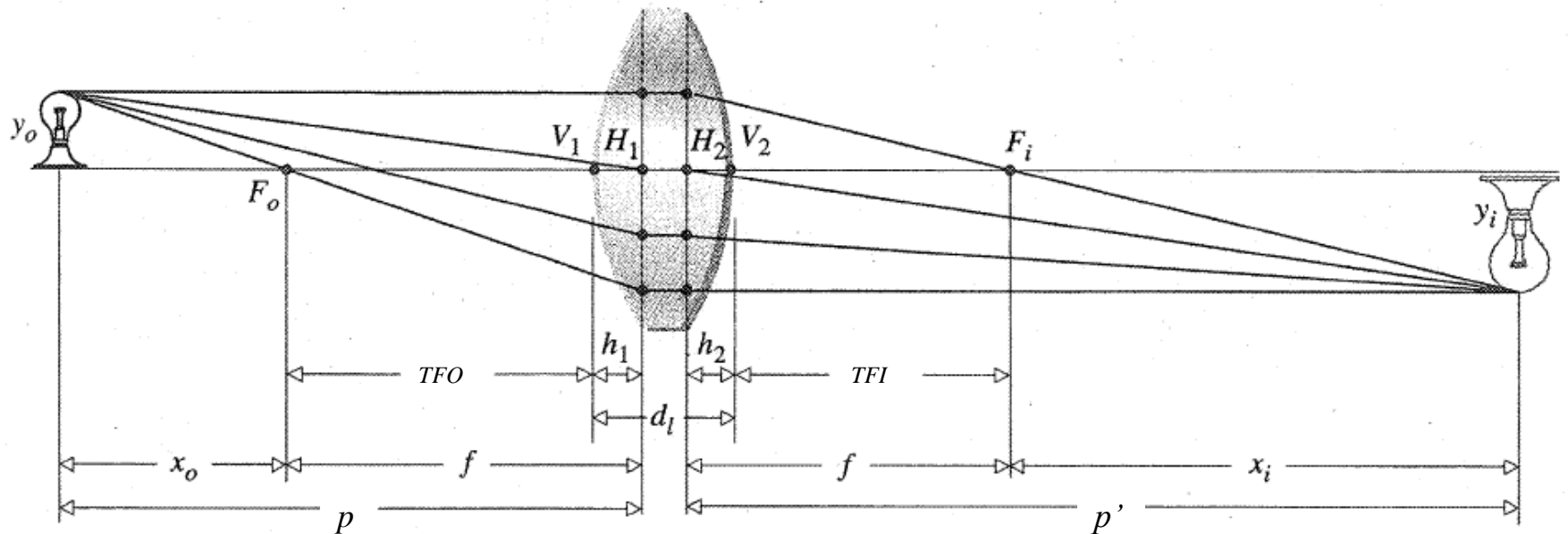


Une lentille épaisse est constituée de deux dioptries sphériques dont les sommets sont séparés d'une distance  $d_l$ , comme dans la section 5.2.3, où l'équation de la lentille mince a été démontrée. Après calculs algébriques,  $d_l$  n'étant plus négligeable, on trouve un résultat intéressant pour une lentille épaisse dans l'air. Les points conjugués sont reliés par la relation de Gauss,

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

pourvu que les distances objet et image soient mesurées depuis les plans principaux objet et image, respectivement.

# Focale des lentilles épaisses

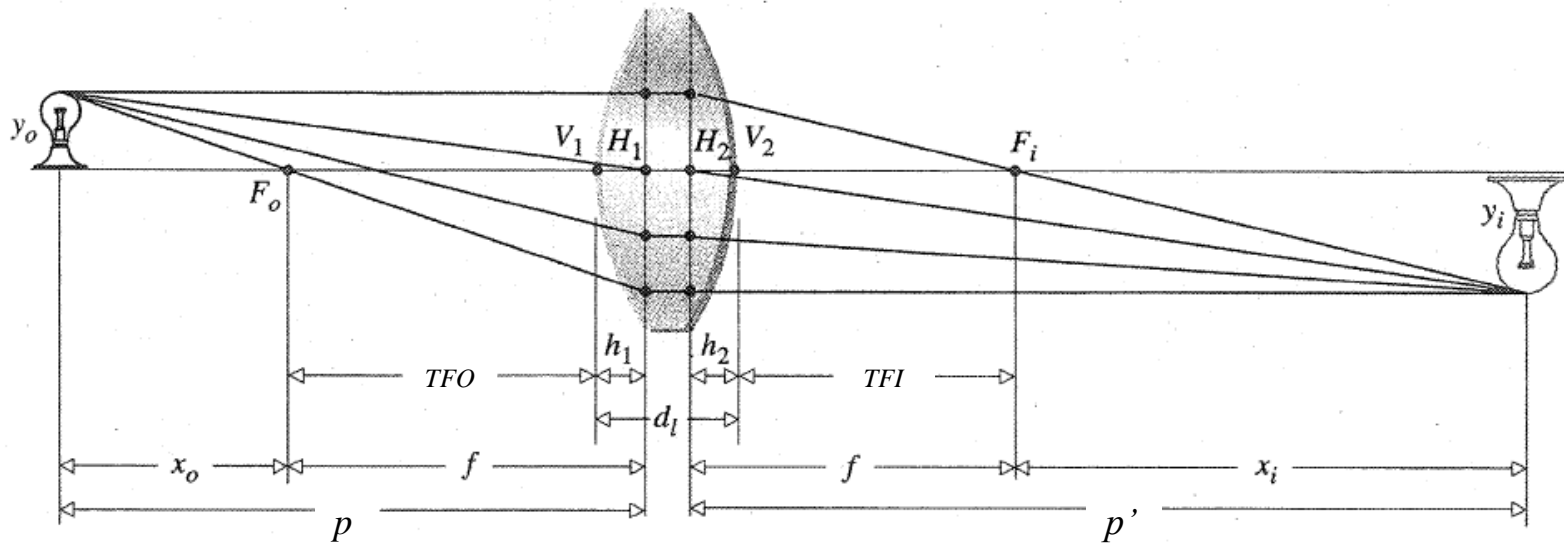


la *distance focale* ou plus simplement la *focale*,  $f$ , dépend aussi de la position des plans principaux. Elle est donnée par :

$$\frac{1}{f} = (n_l - 1) \left[ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n_l - 1)d_l}{n_l R_1 R_2} \right]$$



# Plans principaux des lentilles épaisses



Les foyers se trouvent d'une part et l'autre à la distance focale des plans principaux.

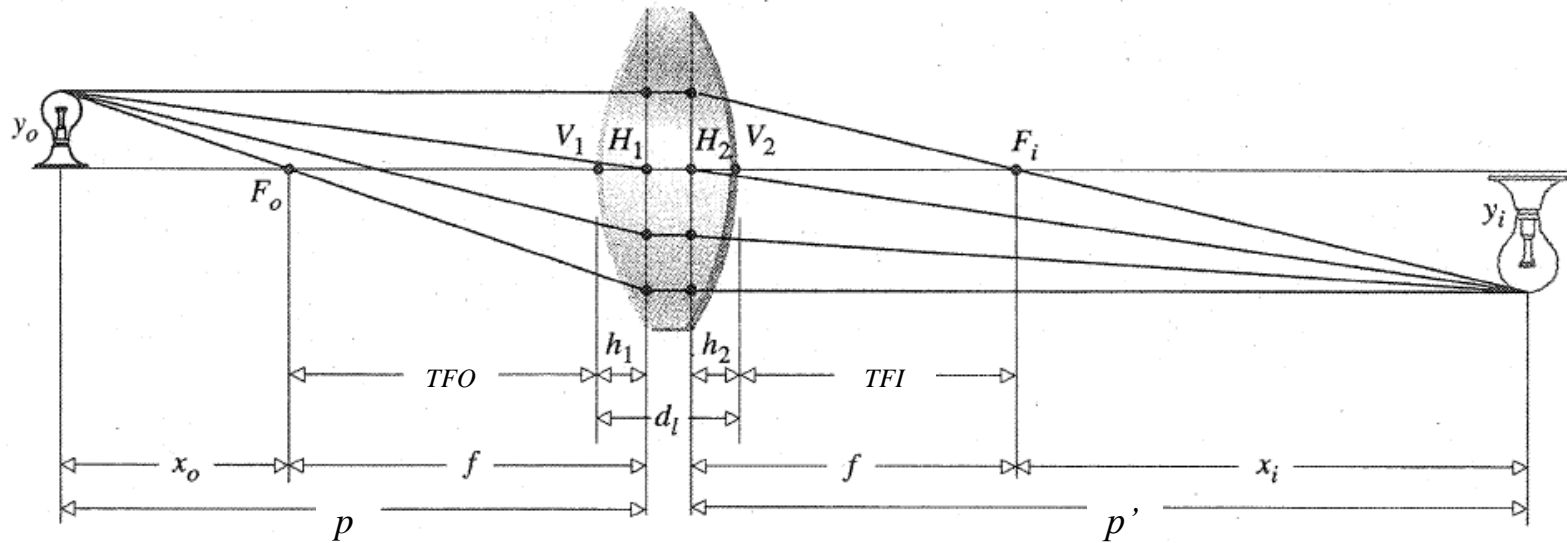
Les plans principaux se situent à des distances  $V_1H_1 = h_1$  et  $V_2H_2 = h_2$ , qui sont **positives** lorsque les plans sont **à droite de leur sommet respectif**.

Les valeurs de  $h_1$  et  $h_2$  sont

$$h_1 = - \frac{f(n_l - 1)d_l}{R_2 n_l}$$

$$h_2 = - \frac{f(n_l - 1)d_l}{R_1 n_l}$$

# Les points principaux sont aussi conjugués

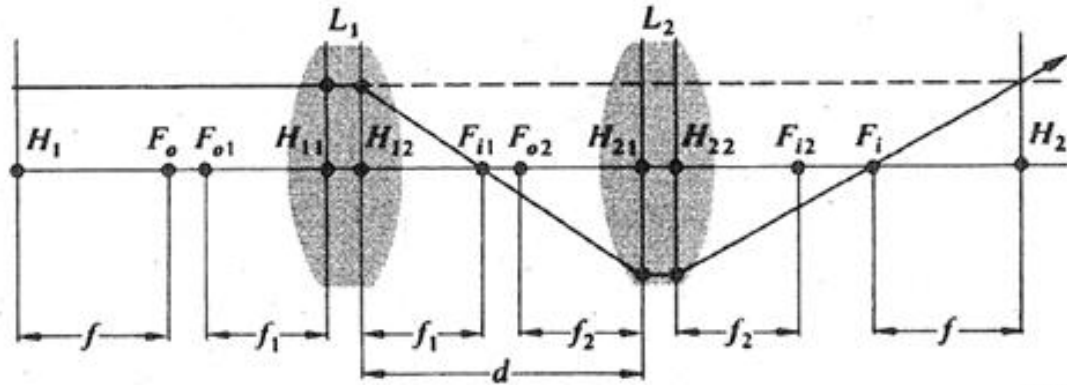


# Exercice

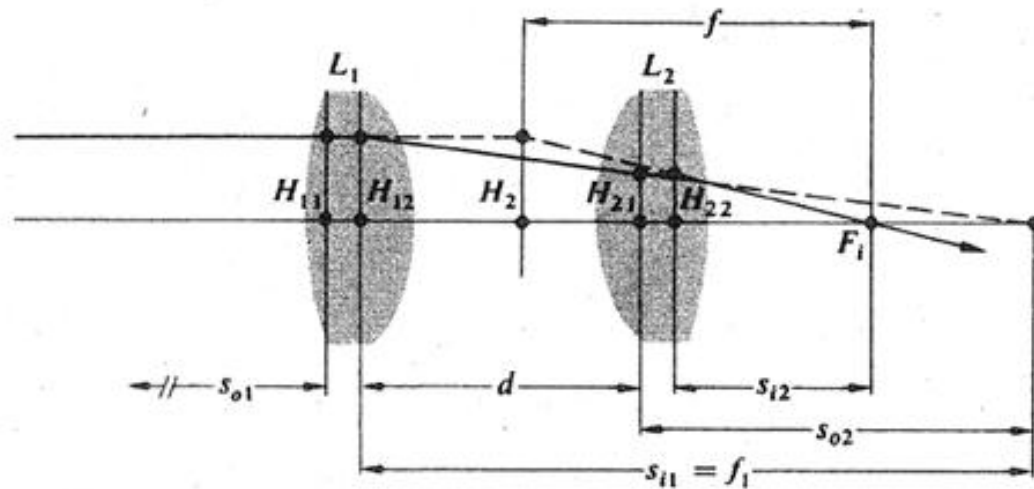
- On a une lentille biconvexe:
  - épaisseur 1 cm
  - rayons 20 cm et 40 cm
  - indice 1,5
  
- Trouver
  - la focale,
  - la position des plan principaux
  - la position de l'image d'un objet situé à 30 cm du sommet de la lentille.



# Associations de lentilles épaisses



(a)



(b)

Une combinaison de lentilles épaisses.

# Focale et plans principaux d'une association de deux lentilles épaisses

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

C'est la focale de la combinaison des deux lentilles épaisses, toutes les distances étant définies à partir des plans principaux. La position des plans principaux du système se déduit des expressions :

$$\overline{H_{11}H_1} = \frac{fd}{f_2}$$

$$\overline{H_{22}H_2} = \frac{fd}{f_1}$$

et

Le système peut donc être décrit par une lentille épaisse équivalente.

Ainsi, les deux premières lentilles sont caractérisées par une lentille équivalente dont on connaît la position des plans principaux et la focale. Ensuite, cette lentille équivalente est combinée à la troisième lentille en réappliquant la même méthode, et ainsi de suite pour les lentilles suivantes.

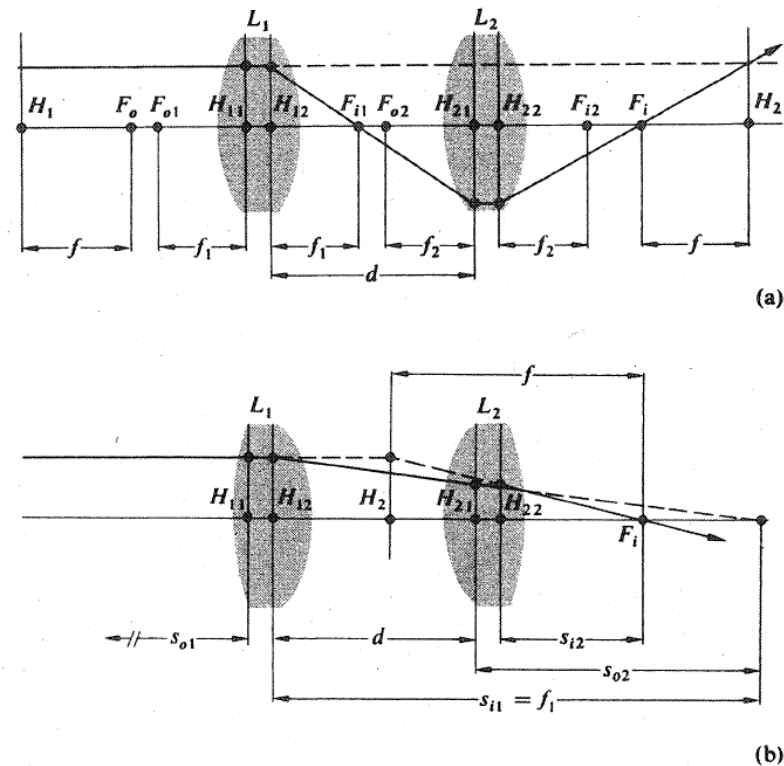


Figure 6.5 Une combinaison de lentilles épaisses.

# Notions de plans principaux et focale dans le cas d'associations de lentilles et, par extension, des **systèmes optiques**

- La notion de **plans (et points) principaux s'applique** pour les associations de lentilles minces et en général aux systèmes optiques.
- L'équation

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

est évidemment aussi valable dans ce cas et la distance **focale**  $f$  de la combinaison est identique des deux côtés et est comptée **à partir des points principaux de l'association.**





# Systemes optiques

- Un systeme optique est defini par la presence de surfaces polies qui s'interposent sur les trajets lumineux evoluant dans des milieux transparents.
- La lumiere y subit des **reflexions**, des **refractions**, des diffusions, des diffractions ou des filtrages suivant le niveau d'analyse des trajets.
- Les surfaces polies sont, la plupart du temps, planes ou spheriques car ce sont celles qui sont faconnables en serie.
- Plus rarement, on rencontrera des surfaces cylindriques, toriques ou paraboloidales.
- Deux classes de systemes optiques se distinguent :
  - les systemes dioptriques
  - les systemes catadioptriques

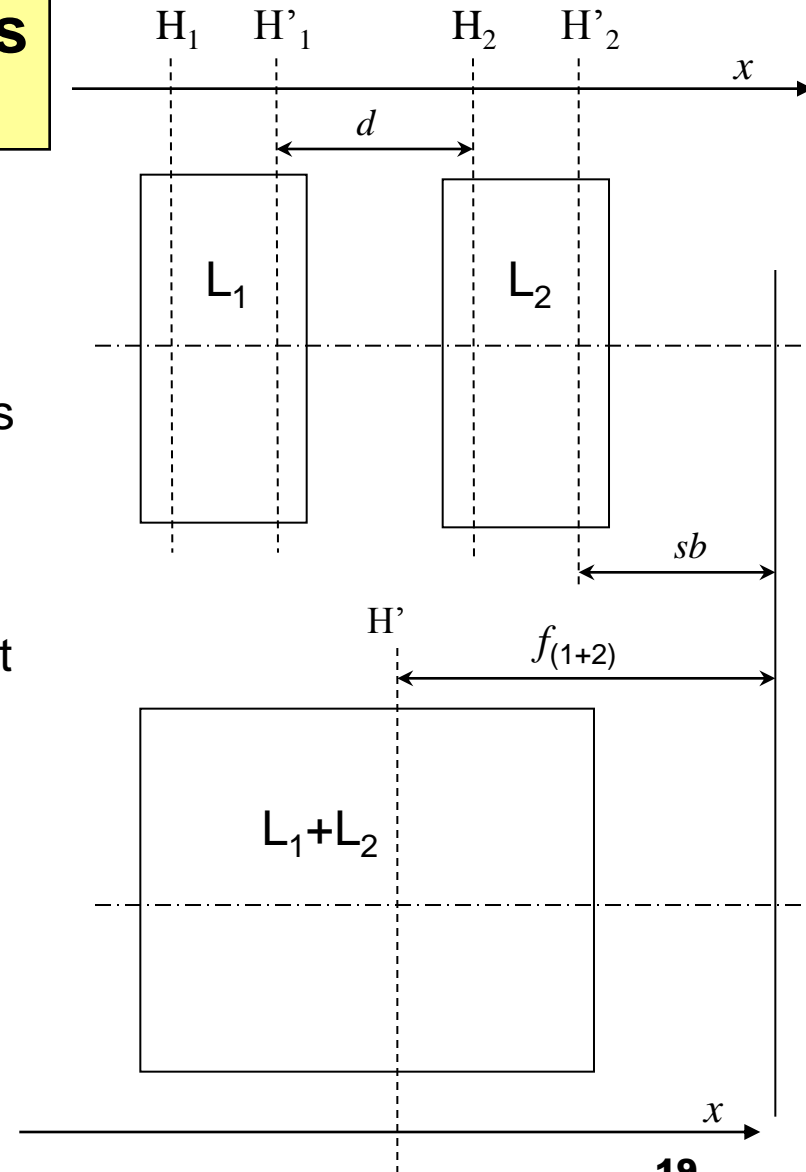
# Systemes centrés

- Les systèmes centrés comportent un axe central sur lequel sont alignées les pièces optiques de révolution (dans le cas des miroirs ou des dioptries plans, il seront placés perpendiculairement à cet axe).
- Exemples : le télescope, le microscope, les jumelles, l'objectif photographique, le télémètre, mais aussi le périscope, le rétroviseur sont des instruments d'optiques composés de systèmes centrés.

# Formules générales pour les associations de lentilles et les systèmes centrés

1. Soit une lentille épaisse (ou aussi une association de lentilles)  $L_1$  avec focale  $f_1$  et plans principaux localisés à  $x_{H_1}$  (objet) et  $x_{H'_1}$  (image)
2. On veut y ajouter une lentille  $L_2$  avec focale  $f_2$  et plans principaux localisés à  $x_{H_2}$  et  $x_{H'_2}$ , distante de

$$d = x_{H_2} - x_{H'_1}$$



3. La focale du nouvel ensemble  $L_1+L_2$  est:

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d}$$

4. La position des plans principaux de l'ensemble est:

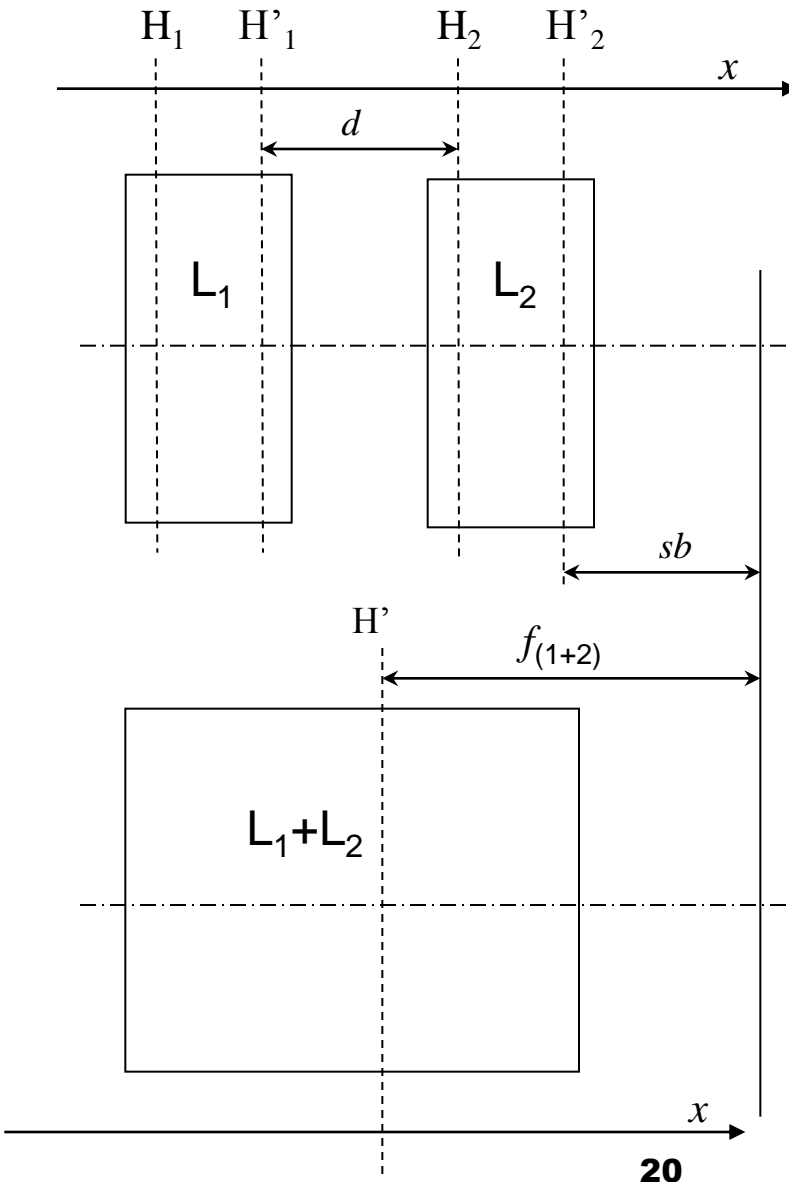
$$x_H = x_{H_1} + \frac{f \cdot d}{f_2}$$

$$x_{H'} = x_{H'_2} - \frac{f \cdot d}{f_1}$$

On trouve aussi que ...

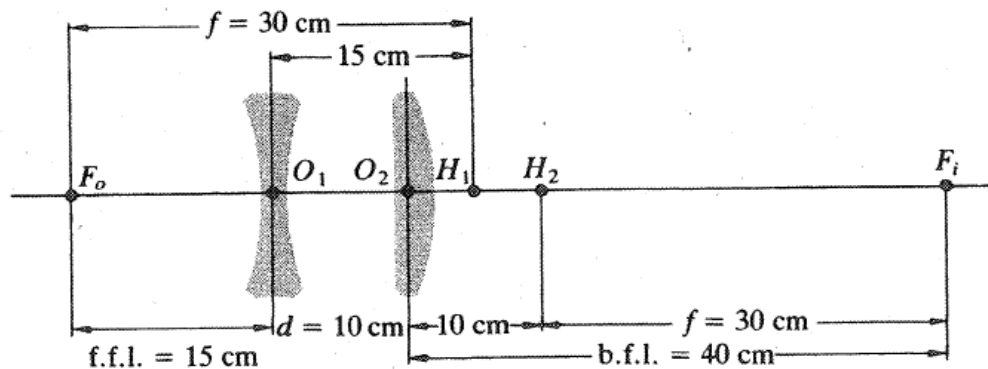
5. la position du plan focal du système associé mesuré à partir du plan  $H'_2$  est:

$$sb = \frac{f_2 (f_1 - d)}{f_1 + f_2 - d}$$



# Exercice

- On a deux lentilles minces:
  - $f_1 = -30$  cm
  - $f_2 = 20$  cm
  - $d = 10$  cm
- Trouver
  - La focale de l'association
  - Les points principaux
  - Comparer ces distances avec les tirages focaux



# Exercices

1. Un système est composé de deux lentilles minces biconvexes de focales respectives 10 et 20 cm, séparées par une distance de 20 cm.
  - Calculer la focale et les plans principaux de l'ensemble.
  - Tracer les rayons et calculer position et taille de l'image d'un objet de 5 cm, placé 15 cm devant la première lentille.
2. On a deux lentilles minces biconvexes de focales respectives 30 et 50 cm, séparées par une distance de 20 cm.
  - Calculer la focale et les plans principaux de l'ensemble.
  - Tracer les rayons et calculer position et taille de l'image d'un objet de 5 cm, placé 50 cm devant la première lentille.

# Exercices

3. On a deux lentilles minces de focales respectives 10 et 20 cm, séparées par une distance de 30 cm.
  - Calculer la focale et les plans principaux de l'ensemble.(???)
  - Tracer les rayons et calculer position et taille de l'image d'un objet placé 12 cm devant la première lentille.
  
4. Trouver position et taille de l'image résultant du système optique suivant:
  - Objet:  $x=0$ , dimension=2 cm
  - Lentille-1: placée à  $x=10$  cm,  $f = 4$  cm
  - Lentille-2: placée à  $x=12$  cm,  $f = -6$  cm
  - Lentille-3: placée à  $x=13.5$  cm,  $f = 10$  cm
  - Calculer la focale et les plans principaux de l'ensemble.
  - Tracer les rayons et calculer position et taille de l'image d'un objet placé 30 cm devant la première lentille.

# Exercices

5. On a deux lentilles minces de focales respectives 15 et -15 cm, séparées par une distance de 60 cm.
- Calculer la focale et les plans principaux de l'ensemble.
  - Tracer les rayons et calculer position et taille de l'image d'un objet placé 25 cm devant la première lentille.

(réponse: l'image est à 76 cm de l'objet)

6. Trouver position et taille de l'image résultant du système optique suivant:

- Objet:  $x=0$ , dimension=10 mm
- Lentille-1: placée à  $x=150$  mm,  $f = 100$  mm
- Lentille-2: placée à  $x=400$  mm,  $f = -75$  mm

(réponse:  $x= 550$  mm)