



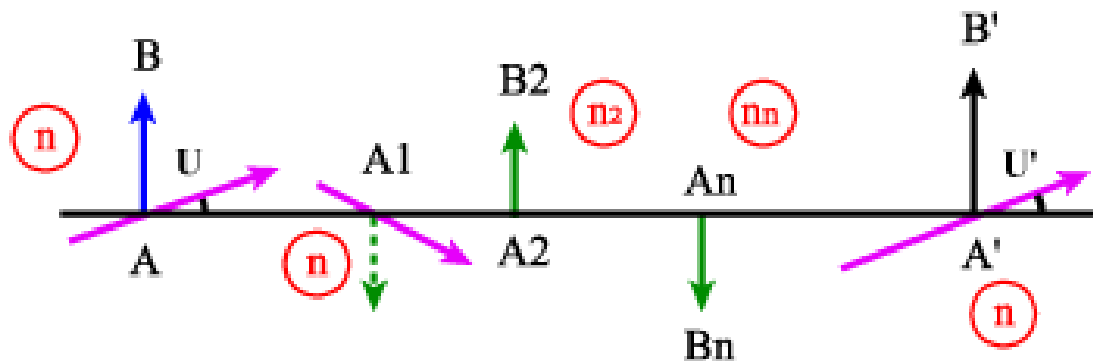
Systemes centrés

Définition

- Un **système centré** est constitué par des suites de milieux transparents, séparés par des dioptries (plans ou sphériques) et éventuellement des miroirs, et qui est de symétrie de révolution autour d'un axe appelé axe optique ou axe principal.
- Si le système ne contient que des dioptries il sera dit **dioptrique**
- S'il contient un ou plusieurs miroirs le système centré sera dit **catadioptrique**.

- Les systèmes centrés comportent un axe central sur lequel sont alignées les pièces optiques de révolution (dans le cas des miroirs ou des dioptries plans, il seront placés perpendiculairement à cet axe).
- Exemples : le télescope, le microscope, les jumelles, l'objectif photographique, le télémètre, mais aussi le périscopie, le rétroviseur sont des instruments d'optiques composés de systèmes centrés.

- Un système pourra toujours être considéré comme formé uniquement de dioptries (plans ou sphériques) séparant des milieux d'indices $n, n_1, n_2, \dots, n_n, \dots, n'$, chacun étant considéré dans les conditions de Gauss.



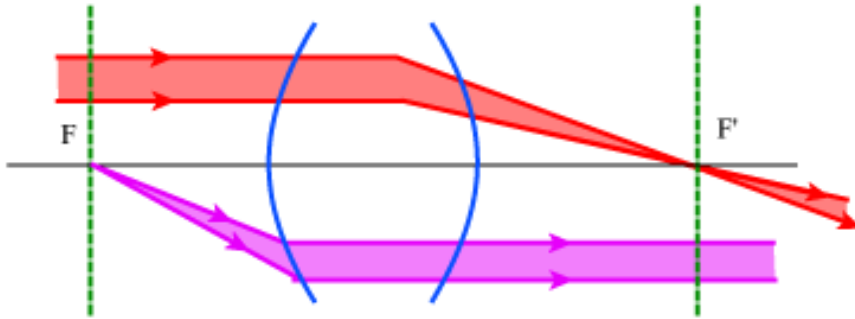
Le premier dioptre donne de A_1 une image A_2 qui sert d'objet pour le second dioptre et ainsi de proche en proche jusqu'au dernier dioptre.

Conditions d'étude

- Dès qu'un système centré comporte plus d'un dioptre il est, en général, impossible d'obtenir un système rigoureusement stigmatique.
- Aussi notre étude des systèmes centrés est réalisée dans le cadre du stigmatisme approché, c'est à dire:
 - **les objets sont plans, perpendiculaires à l'axe et de petites dimensions (aplanétisme),**
 - **les rayons lumineux sont peu inclinés par rapport à l'axe du système (approximation de Gauss),**
 - **les images sont planes et perpendiculaires à l'axe.**



Foyers et plans focaux

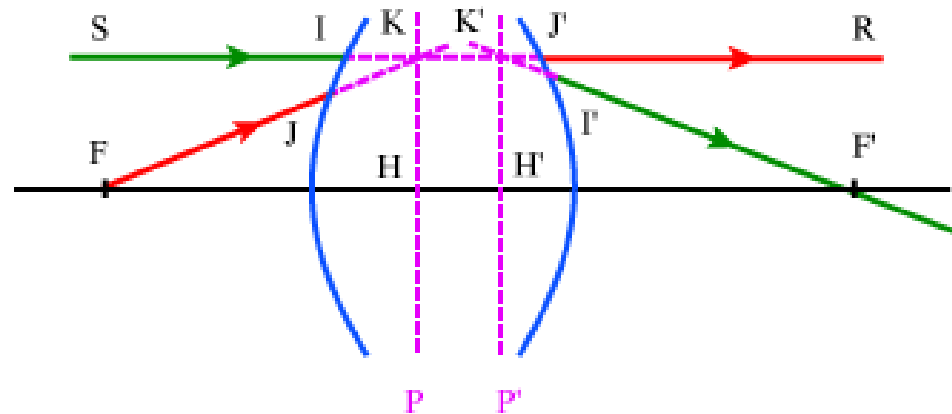


Un faisceau cylindrique incident parallèle à l'axe optique convergera en un point F' sur l'axe, point appelé **foyer principal image** du système centré.

Ce point est conjugué d'un point source objet situé à l'infini sur l'axe.

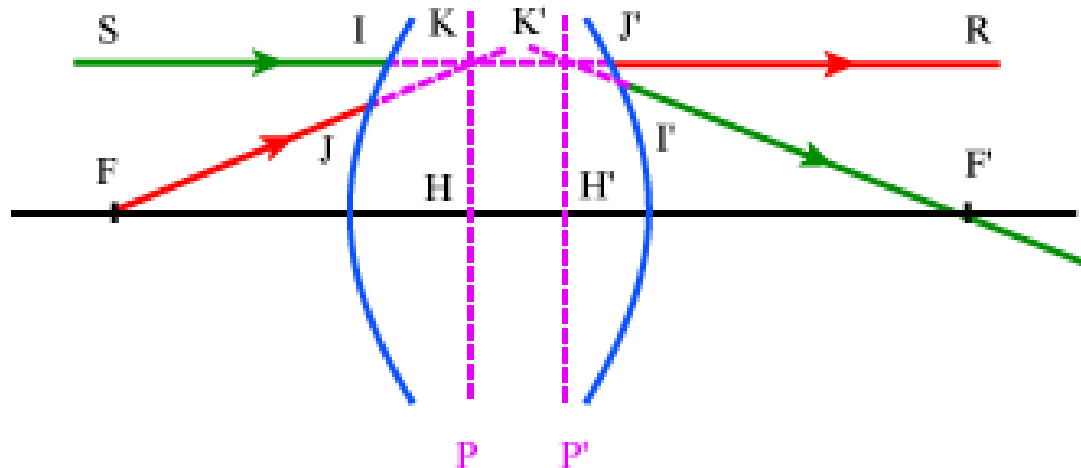
- On appelle **foyer principal objet** le point F situé sur l'axe optique dont l'image se situe à l'infini sur l'axe optique; dans ce cas un faisceau de rayons lumineux, issus de F , émergera du système en un faisceau de rayons parallèles entre eux et à l'axe optique.
- Le plan de front passant par F est appelé **plan focal objet** et admet comme **conjugué le plan situé à l'infini**. De même le plan de front passant par F' sera appelé **plan focal image** et constituera le conjugué d'un **plan objet situé à l'infini**.
- Si les foyers objet et image sont à distance finie on dira que le système est à foyers, tandis que s'ils sont rejetés à l'infini le système sera dit **afocal**.

Plans principaux



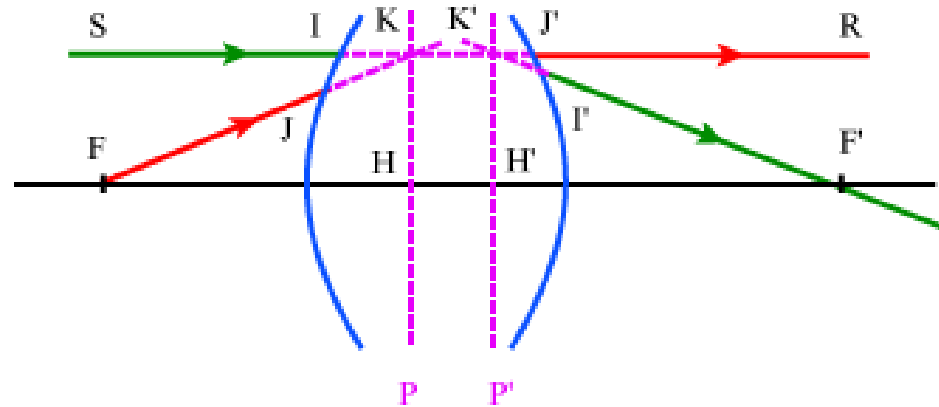
Les plans principaux sont deux plans de front conjugués:

- le plan principal objet et le plan principal image pour lesquels le grandissement linéaire (ou transversal) est égal à $+1$.



- Un **rayon incident SI** parallèle à l'axe principal émerge suivant le rayon I'F' en passant par le **foyer image F'** du système tandis que
- un **rayon incident FJ** passant par le **foyer objet** émerge suivant un rayon J'R parallèle à l'axe.

Plans et points principaux



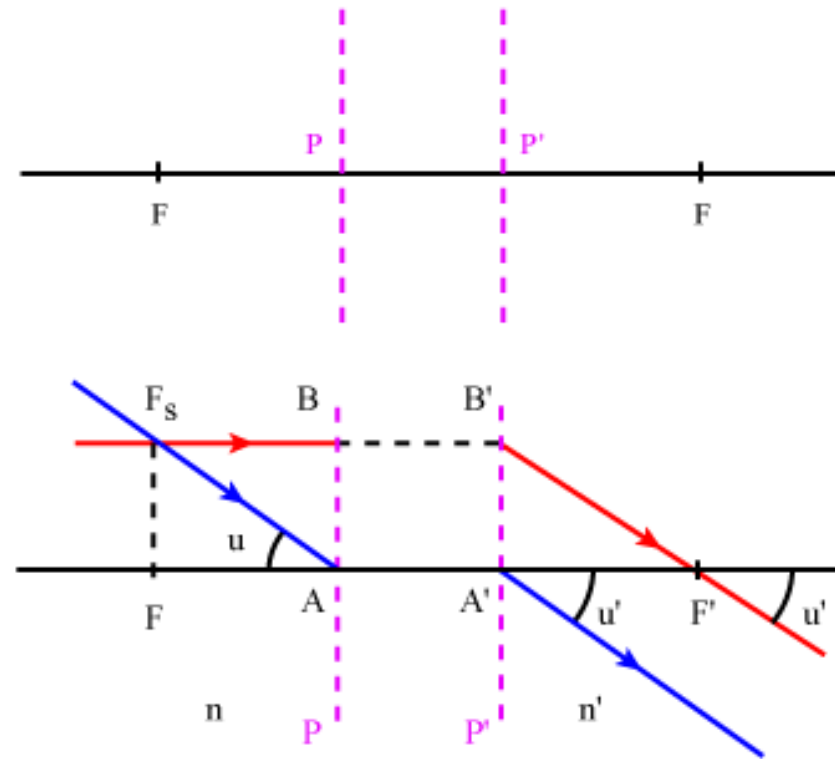
Supposons que les foyers F et F' soient à distance finie.
Considérons deux rayons, l'un parallèle à l'axe et l'autre provenant du foyer objet.

- Les points de rencontre K et K' des deux rayons incidents et de leurs émergents sont deux points conjugués situés à distance finie. On constate que ces deux points correspondent à un grandissement relatif égal à $+1$.
- Le **plan principal image P'** est le lieu des points K' intersection des incidents parallèles à l'axe et des émergents correspondants.
- Le **plan principal objet P** est le lieu des points K intersections des incidents passant par F et des émergents correspondant parallèles à l'axe.
- L'ensemble des couples de points des plans de front de K et K' conduiront au même grandissement $+1$: ce sont donc des **plans principaux**.
- H et H' sont les **points principaux** de l'axe du système centré.
- La distance HH' mesure l'**interstice** du système.

Distances focales

- Considérons un système centré caractérisé par ses foyers objet F et image F' et par ses plans principaux P et P' .
- La valeur algébrique du segment PF est appelée distance focale objet f tandis que la valeur algébrique du segment $P'F'$ est appelée distance focale image f' .
- La relation qui existe entre f et f' est

$$\frac{f'}{f} = \frac{n'}{n}$$



$$\frac{f'}{f} = \frac{n'}{n}$$

On déduit de cette relation que si les milieux extrêmes sont identiques (même indice) les distances focales objet et image sont égales.

La vergence d'un système centré sera défini par:

$$V = \frac{n'}{f'} = \frac{n}{f}$$

La distance focale s'exprime en mètres et la vergence en dioptries.

Le sens positif le long de l'axe étant pris selon le sens de propagation de la lumière, lorsque la vergence sera positive le système sera convergent alors qu'il sera divergent pour une vergence négative.

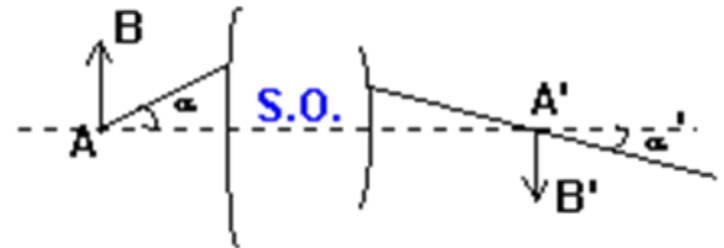
Objet

- En optique, on appelle objet tout ensemble de points lumineux. Il peut s'agir **d'un source primaire** qui produit de la lumière (ex : soleil, étoiles, filament de lampe allumée, écran de télévision ou d'ordinateur en fonction), ou d'une **source secondaire** qui diffuse une partie de la lumière qu'elle reçoit (ex : lune, planètes, la plupart des objets qui nous entourent lorsqu'ils sont éclairés).
- On considère, en général, des objets plans situés dans des plans de front de systèmes optiques.
- Dans des systèmes composés on pourra considérer qu'une image produite par une première partie du système est un objet pour le reste du système.

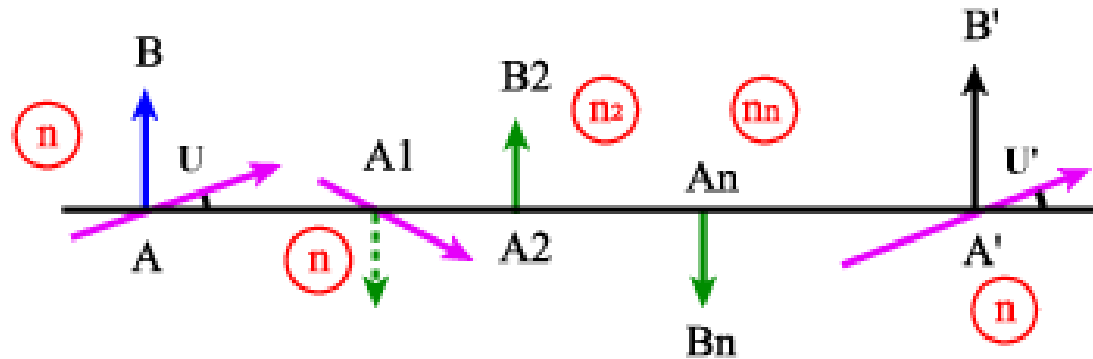
Plan de front

Etant donné un système optique centré, on appelle plan de front tout plan perpendiculaire à l'axe principal qui est un axe de symétrie de révolution pour le système optique.

Exemple : sur cette figure, l'objet **AB** et l'image **A'B'** sont situés dans des plans de front.



Formules de Lagrange-Helmholtz



- Si l'on considère un objet AB dans un plan de front avec A situé sur l'axe, on obtient les images successives A_1B_1 , A_2B_2 , A_nB_n et finalement $A'B'$ à travers les différents dioptries.
- Ainsi un rayon passant par A passera successivement par les points A_1 , A_2 , A_n et A' en vérifiant pour chacun des dioptries traversés la relation de Lagrange-Helmholtz:

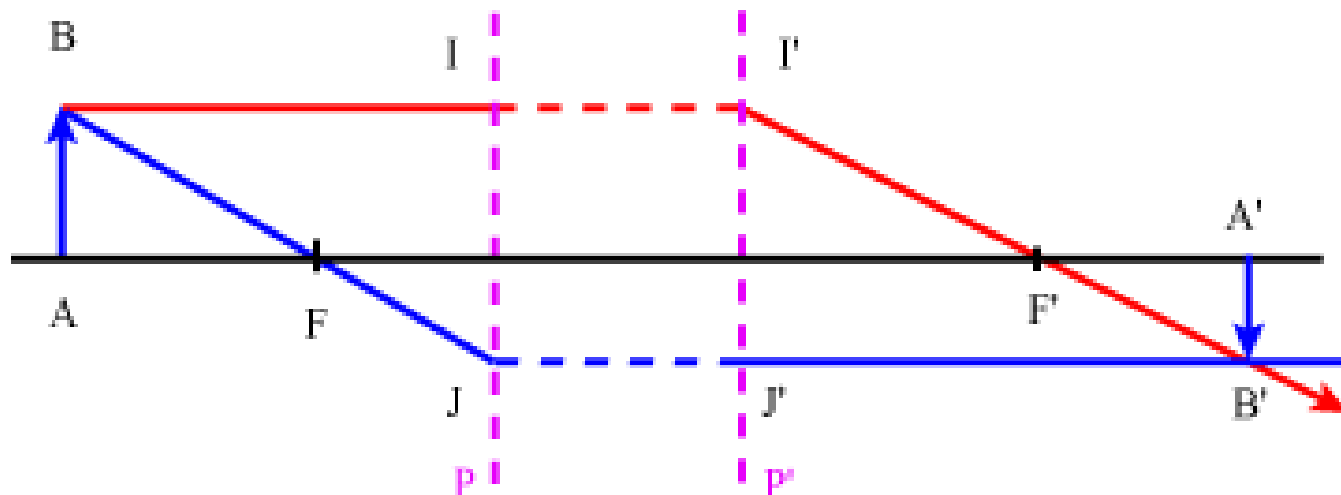
$$n \overline{AB} u = n_1 \overline{A_1B_1} u_1 = n_2 \overline{A_2B_2} u_2 = \dots = n_n \overline{A_nB_n} u_n = \dots = n' \overline{A'B'} u'$$

- d'où la relation de Lagrange-Helmholtz entre l'objet AB et son image A'B':

$$n \overline{AB} u = n' \overline{A'B'} u'$$

Construction de l'image d'un objet plan dans un plan de front

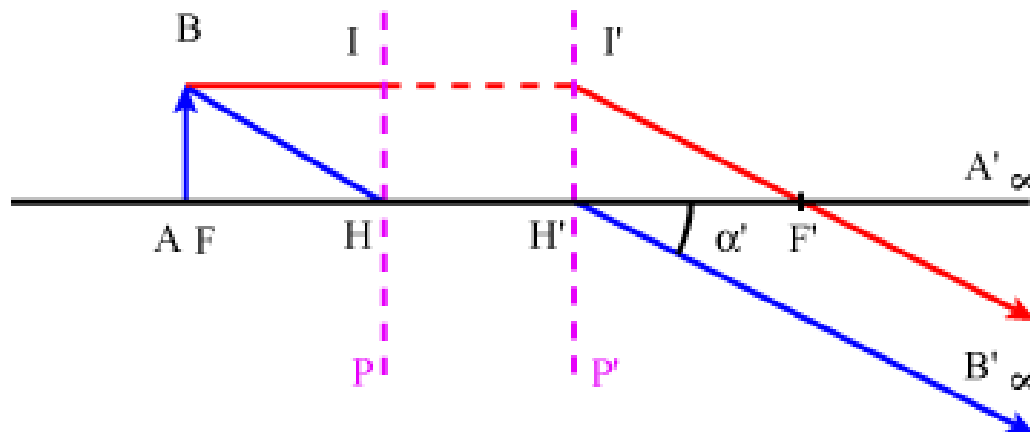
- L'objet AB étant dans un plan de front son image est également dans un plan de front et il suffit de chercher l'image du point B.
- Un rayon incident BI parallèle à l'axe émerge suivant l'F' en passant par le foyer image F' et un rayon incident BJ passant par le foyer objet émerge parallèlement à l'axe principal suivant J'B'.
- L'intersection des deux rayons émergents définit le point image B' et l'on en déduit l'image A'B'.



Construction de l'image d'un objet plan dans un plan focal

- Si l'objet AB est dans le plan focal objet alors l'image est rejetée à l'infini avec A' dans la direction de l'axe et B' dans la direction I'F'. Le rayon incident BH émerge à partir de H' (conjugué de H) suivant un rayon parallèle à I'F'.
- On rencontre ce cas de figure dans les instruments d'optique tels la loupe ou le microscope quand ils sont réglés pour une vision à l'infini.
- L'objet AB est alors vu sous le diamètre apparent:

$$\alpha' = \frac{I'H'}{H'F'} = \frac{AB}{f'}$$

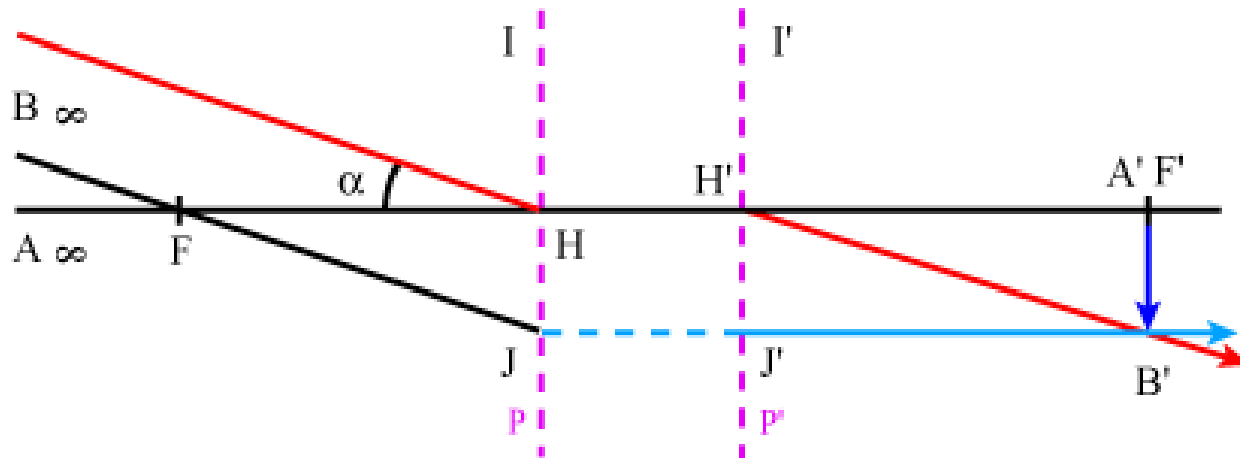


Construction de l'image d'un objet plan à l'infini

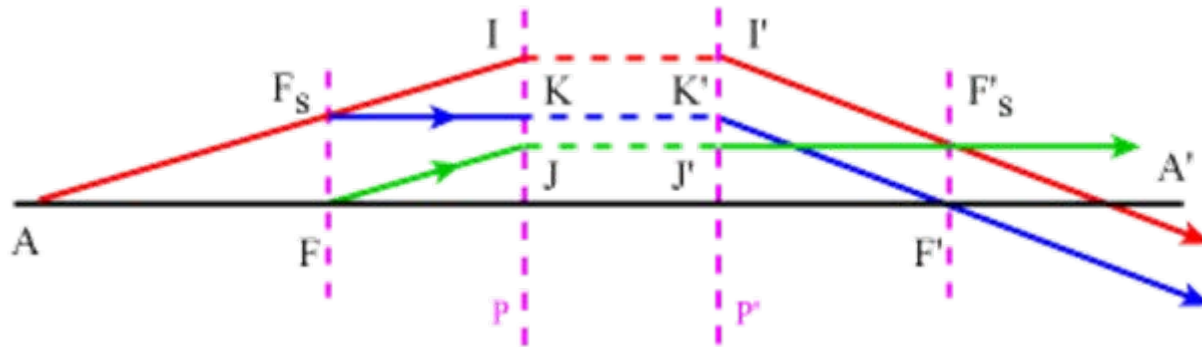
Si l'objet est à l'infini avec un diamètre apparent égal à α l'image se forme alors dans le plan focal image et un rayon incident issu de B à l'infini donnera naissance à un émergent parallèle à l'axe et coupant le plan focal image en B'.

La grandeur de l'image est:

$$A'B' = HJ = f \cdot \alpha$$

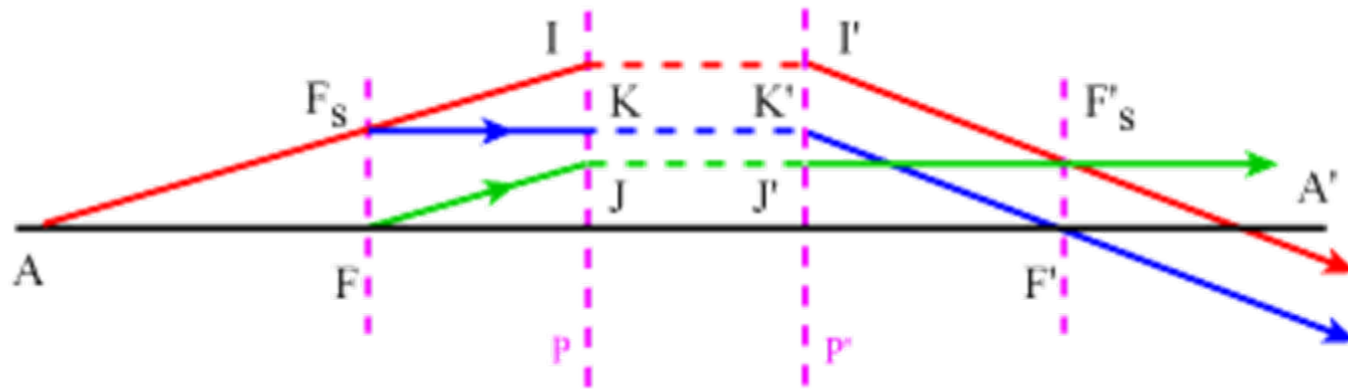


Construction du rayon émergent correspondant à un rayon incident quelconque



Un rayon incident quelconque AI coupe le plan principal objet en I et émerge en passant par le point I' situé à la même hauteur que I .

Il reste à trouver un second point pour pouvoir tracer l'émergent issu de I' .



- Un faisceau de rayons parallèles à AI émergera en un faisceau de rayons convergents en un point du plan focal image et, en particulier, le rayon FJ , parallèle à AI , et passant par le foyer objet F , émergera suivant un rayon parallèle à l'axe qui coupera le plan focal image en F'_s .
L'émergent correspondant à AI sera donc le rayon $I'F'_s$.
- Un rayon incident parallèle à l'axe et passant par le foyer secondaire objet F_s déterminé par l'intersection de AI avec le plan focal objet donnera naissance à un rayon émergent passant par le foyer image F' .
Pour obtenir l'émergent correspondant à AI , il suffira de tracer à partir de I' une parallèle au rayon $K'F'$.

Formules de conjugaison: origine aux points principaux

La relation de conjugaison est

$$\frac{f}{p} + \frac{f'}{p'} = \frac{1}{f}$$

p et p' sont comptés respectivement depuis le plan principal objet et le plan principal image;

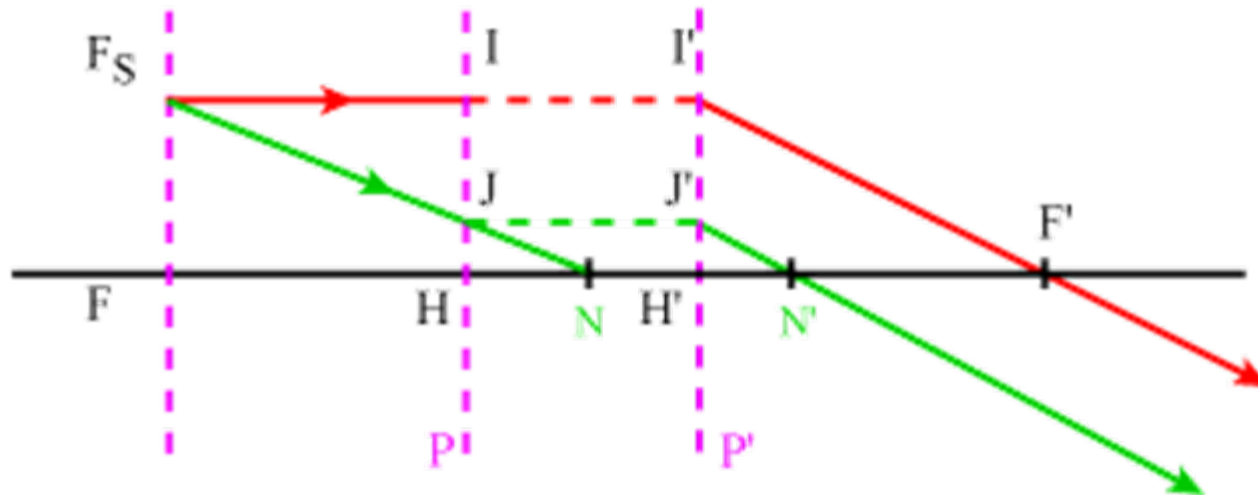
si l'on tient compte de: $\frac{f'}{f} = \frac{n'}{n}$ on peut écrire:

$$\frac{n'}{p'} + \frac{n}{p} = \frac{n'}{f'} = V$$

avec V = vergence du système.

Points nodaux

Les points nodaux N et N' sont deux points **conjugués**, situés sur l'axe, et tels qu'à tout rayon incident passant par le point nodal objet, corresponde un rayon émergent passant par le point nodal image et parallèle au rayon incident.



Éléments cardinaux

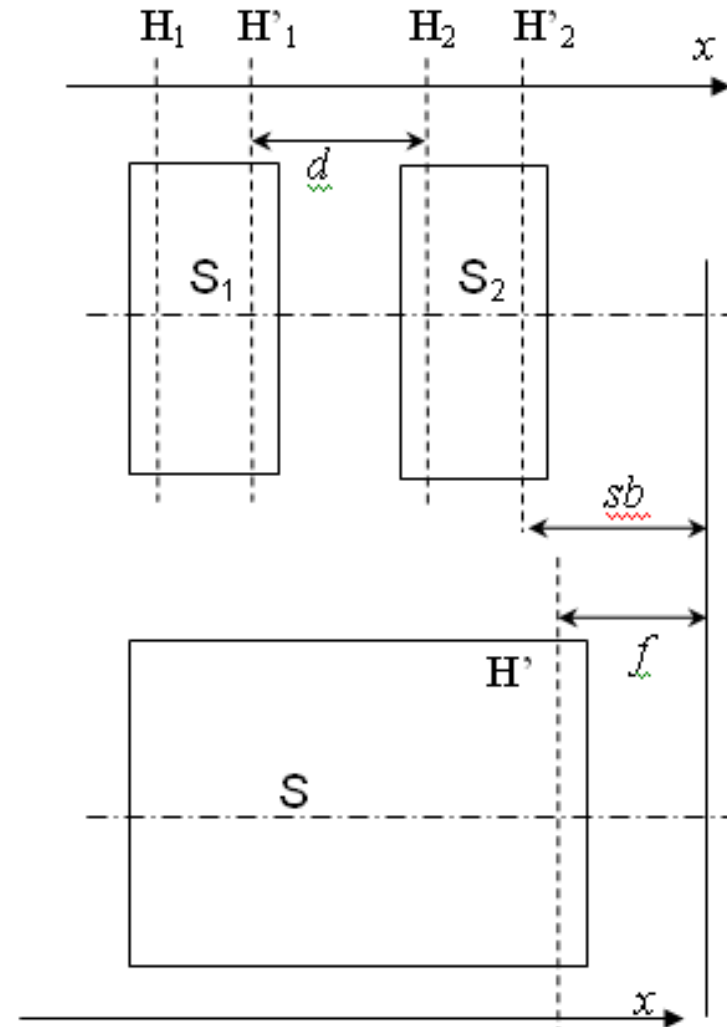
- Il existe un certain nombre de points possédant des propriétés remarquables qui permettent de construire la marche de rayons lumineux ou de déterminer la position de l'image d'un objet par rapport au système centré: ce sont les éléments cardinaux du système centré qui comportent:
 - **les foyers,**
 - **les points principaux,**
 - **les points nodaux.**
- Lorsque pour un système centré donné on connaît deux couples d'éléments cardinaux ou un couple et une distance focale alors le système centré est parfaitement défini.



Associations de systèmes centrés (cas où l'indice du milieu ambiant est constant)

1. Soit un système centré S_1 avec focale f_1 et plans principaux localisés à x_{H_1} , et $x_{H'_1}$
2. On veut y ajouter un deuxième système S_2 avec focale f_2 et plans principaux localisés à x_{H_2} et $x_{H'_2}$, distant de

$$d = x_{H_2} - x_{H'_1}$$



3. La focale du nouvel ensemble (S_1+S_2) est:

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d}$$

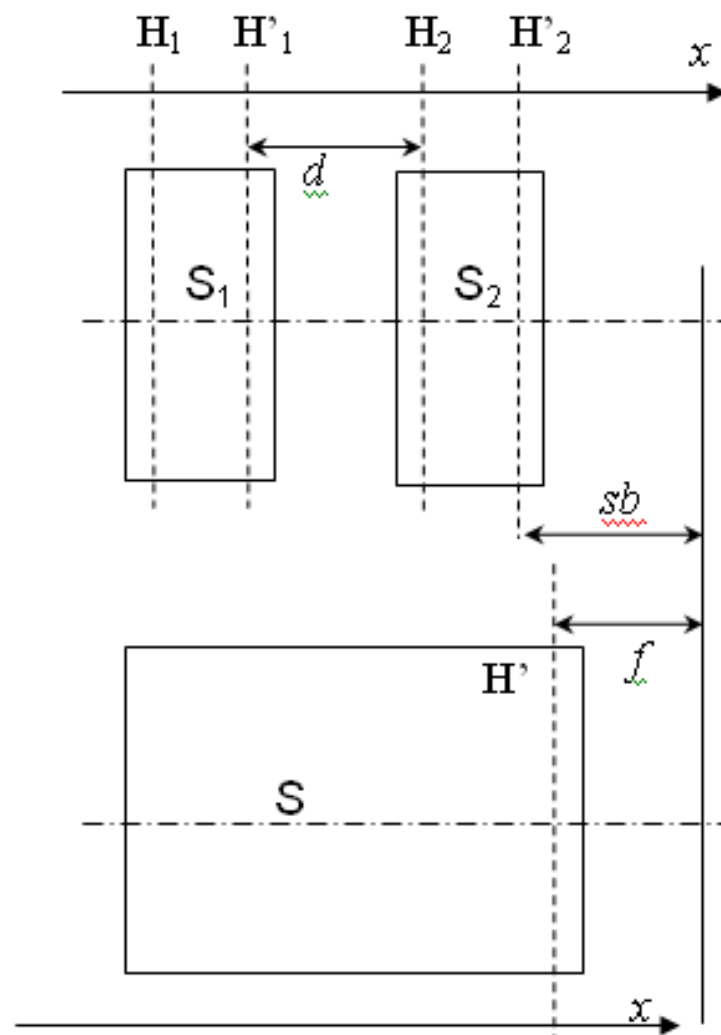
4. La position des plans principaux de l'ensemble est:

$$x_H = x_{H_1} + \frac{f \cdot d}{f_2}$$

$$x_{H'} = x_{H'_2} - \frac{f \cdot d}{f_1}$$

5. La position du plan focal image du système associé mesuré à partir du plan H'_2 est:

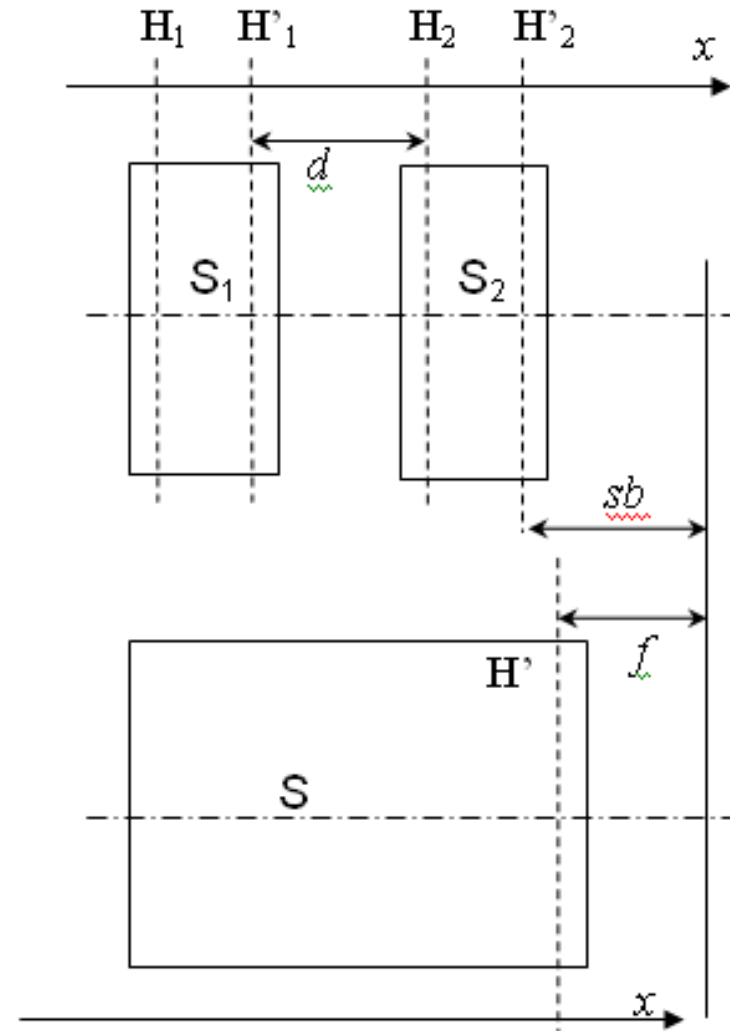
$$sb = \frac{f_2 (f_1 - d)}{f_1 + f_2 - d}$$



Associations de systèmes centrés

L'équation de la focale est parfois donnée sous la forme de la **formule de Gullstrand**, qui donne la vergence du système complet en fonction des vergences V_1 et V_2 des deux systèmes qui le composent, de l'indice n du milieu qui les sépare et de la distance optique d entre leurs plans principaux:

$$V = V_1 + V_2 - \frac{d \cdot V_1 V_2}{n}$$



Travail personnel

Etudier le chapitre du polycopié:

- « Systèmes centrés »