

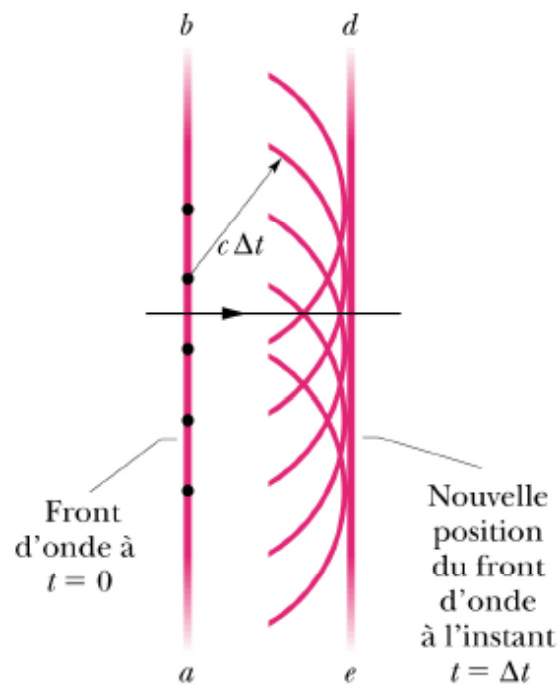


# Bases d'interférométrie

# Rappel

## La nature ondulatoire de la lumière

Le physicien danois C. Huygens fut le premier, en 1678, à proposer de manière convaincante une théorie ondulatoire de la lumière. Cette théorie, beaucoup plus simple du point de vue mathématique que la théorie de Maxwell, permet par exemple d'expliquer les lois de réflexion et de réfraction à partir du concept d'onde.



La théorie ondulatoire de la lumière de Huygens repose sur une construction géométrique qui permet de prédire où se trouvera, en tout temps, un front d'onde donné si on connaît sa position actuelle. **Le principe de Huygens : tous les points d'un front d'onde servent de points sources à de petites ondes secondaires sphériques.** Après un temps  $t$ , la nouvelle position du front d'onde sera celle de la surface tangente à ces ondes secondaires. Le plan  $de$  est parallèle au plan  $ab$  et se trouve à une distance perpendiculaire  $c\Delta t$  de ce dernier.

# Concept de train d'onde

- Les atomes d'une source lumineuse ordinaire émettent des impulsions de radiation d'une durée  $\tau$  extrêmement courte (typiquement  $\tau = 10^{-10}$  s).
- Chaque train d'onde contient typiquement quelques  $10^4$  oscillations.
- Chaque impulsion d'un seul atome est constituée d'un "*train d'ondes*" **quasi monochromatique, polarisé rectilignement**, possédant une amplitude et une phase initiale donnée.
- La direction de polarisation, l'amplitude et la phase initiale sont des grandeurs qui varient **aléatoirement** d'un train d'onde à un autre.

# Cohérence temporelle et spatiale de la lumière

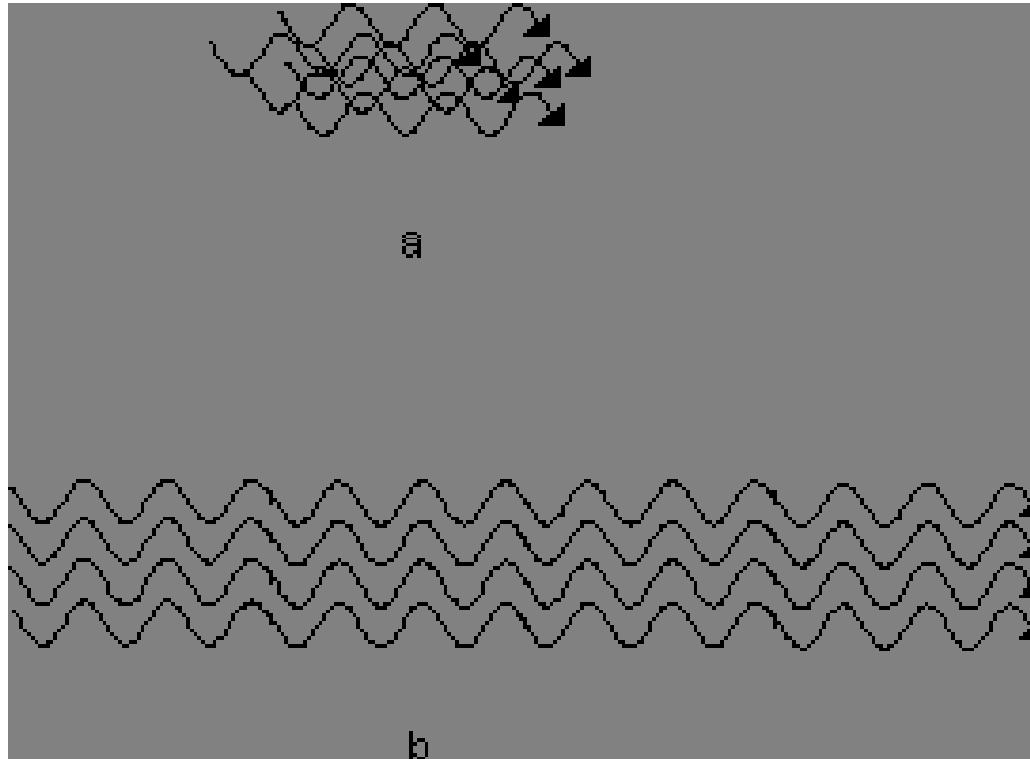


Illustration de la cohérence spatiale et temporelle.

- Figure a: trains d'onde émis par une source lumineuse classique. Les trains d'onde sont courts et se superposent anarchiquement.
- Figure b: faisceau laser. Les trains d'onde sont très longs et en phase (cohérence temporelle et spatiale)

# Cohérence temporelle de la lumière

- On appelle **temps de cohérence**  $\tau_c$  d'une source la durée moyenne des trains d'onde en un point donné.

- On note  $\ell_c = c \cdot \tau_c$

la distance parcourue par la lumière (dans le vide) pendant  $\tau_c$ .

$\ell_c$  est appelée **longueur de cohérence temporelle**.

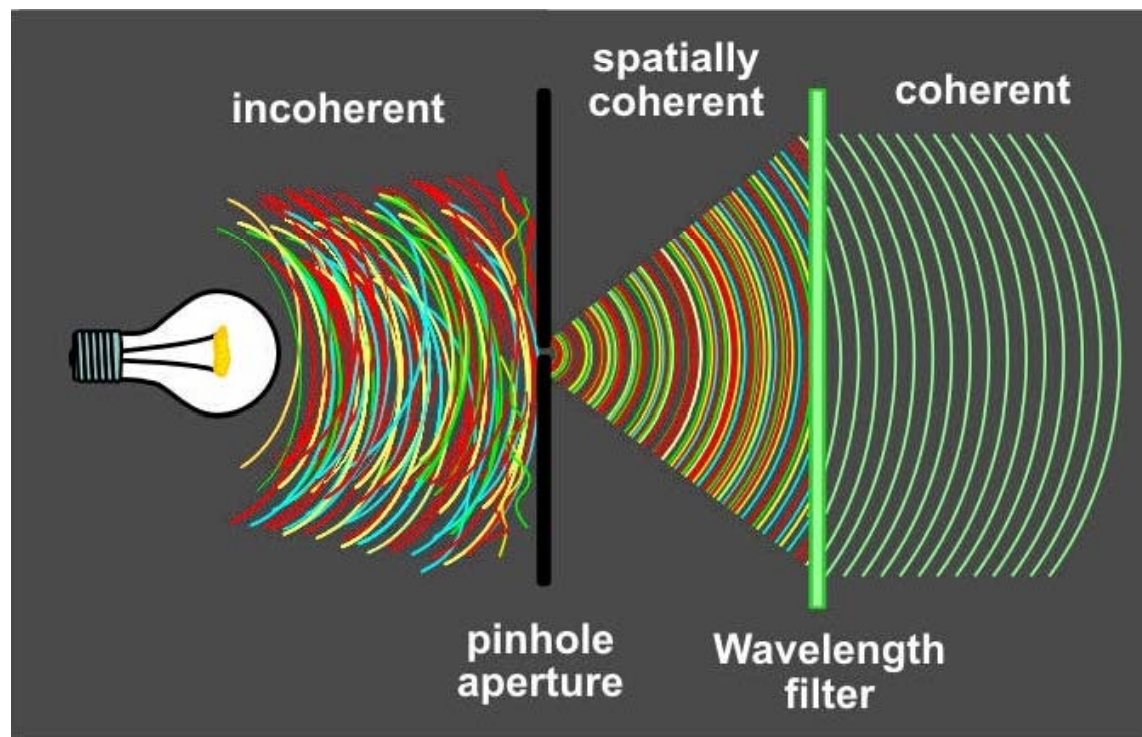
- Ces caractéristiques sont liées à la **largeur de bande spectrale**  $\Delta\nu$  de la source. Une onde réellement monochromatique (une seule fréquence) aurait, en théorie, un temps et une longueur de cohérence infinis. En pratique, aucune onde n'est réellement monochromatique (car cela requiert un train d'ondes de durée infinie), mais, en général, le temps de cohérence de la source est inversement proportionnel à sa largeur de bande  $\Delta\nu$  (en Hz).

On définit le **temps de cohérence**  $\tau_c$  de la source par l'inverse de la largeur spectrale  $\tau_c = 1/\Delta\nu$ .

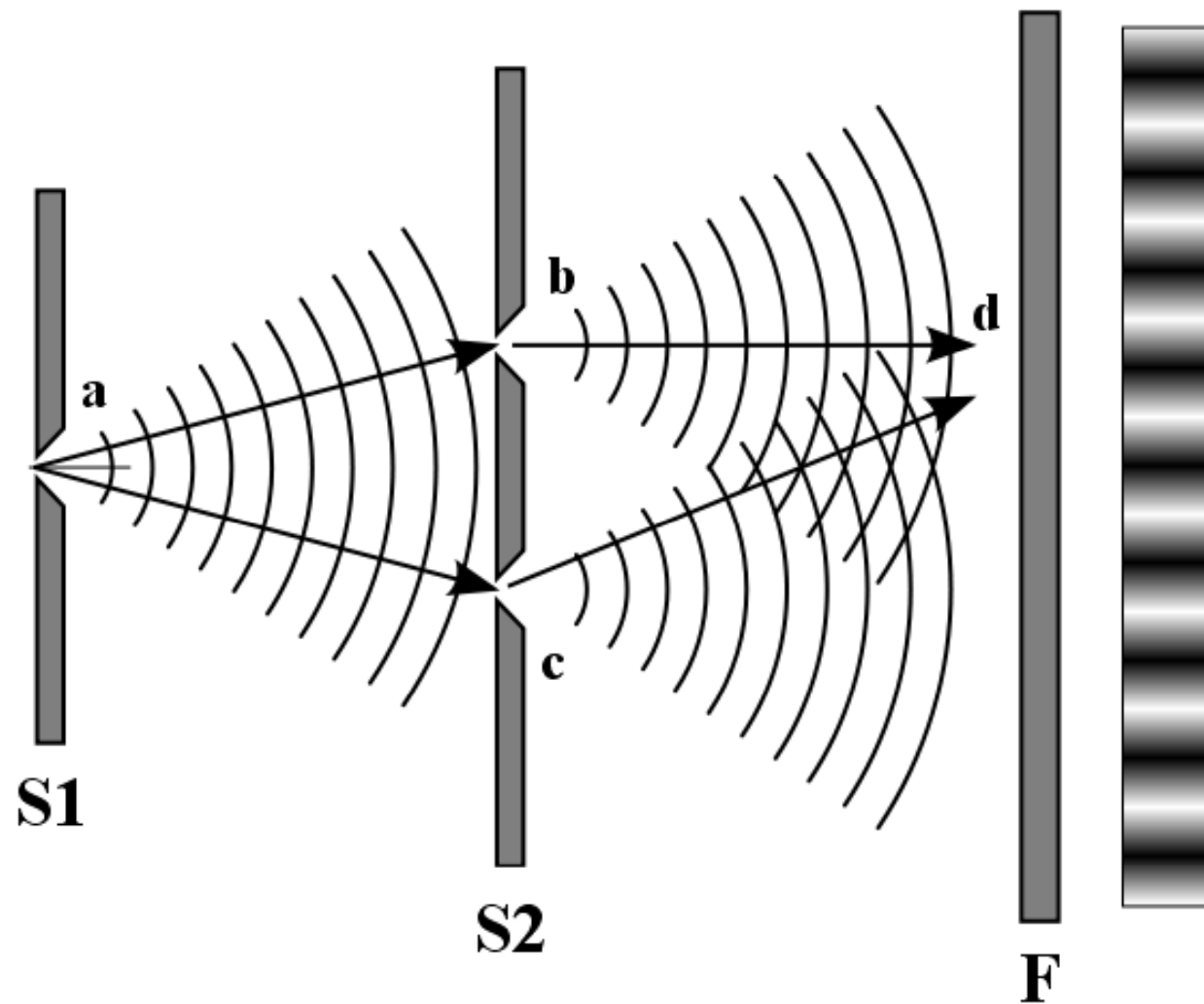
- Si les différents chemins suivis par l'onde diffèrent d'une longueur supérieure à  $\ell_c = c \cdot \tau_c$ , il n'y aura pas d'interférences.

# Cohérence spatiale

- Un autre problème vient de l'étendue spatiale de la source: les trains d'onde provenant de points différents de la source n'ont pas tous le même vecteur d'onde  $k$ .
- En effet les ondes ont également une cohérence spatiale: c'est ce qui donne la capacité de chacun des points du front d'onde à interférer avec n'importe quel autre point.
- Si la source est étendue, il y aura addition d'ondes incohérentes émises par chaque point source, ce qui peut brouiller les interférences.



- L'expérience des fentes de Young repose sur la cohérence spatiale du faisceau illuminant les deux fentes: si le faisceau avait été incohérent spatialement, par exemple si la lumière solaire n'était pas passée à travers une première fente, alors aucune frange d'interférence ne serait apparue.



- La **largeur de cohérence** de la source donne la distance maximale permise entre les fentes pour qu'il y ait interférences.

- Dans le cas des fentes de Young, la largeur de cohérence est

$$\ell_s = \frac{\lambda \cdot D}{\Delta S}$$

- ou  $\lambda$  est la longueur d'onde de la source,  $\Delta S$  la largeur de la distribution spatiale d'intensité (i.e. la largeur de chaque fente) et  $D$  la distance où l'on se place.
- La largeur de cohérence dépend donc à la fois de caractéristiques intrinsèques à la source ( $\lambda$  et  $\Delta S$ ) et de la distance  $D$  à laquelle on se trouve: plus on s'éloigne, plus la source se rapproche d'une source ponctuelle.



## Cas d'une lumière "laser".

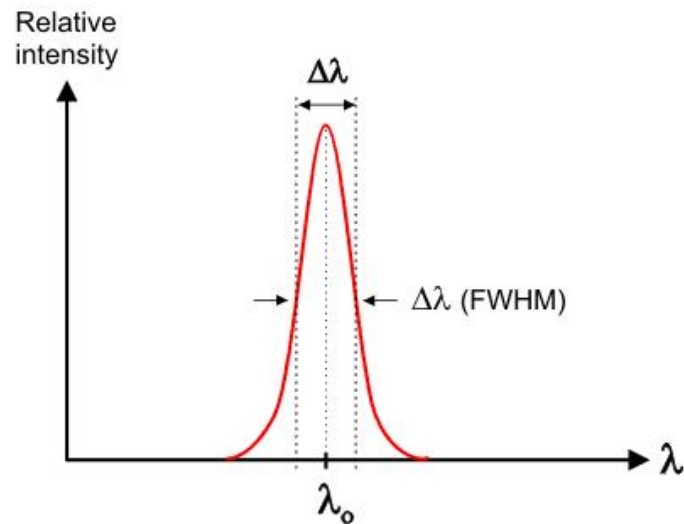
- La lumière laser possède une *grande cohérence temporelle* (conséquence directe du processus de l'émission stimulée). On peut ainsi atteindre  $\ell_c$  de l'ordre du mètre !

Conséquence: la lumière laser présente une *très bonne monochromaticité*.

- Un faisceau laser présente de plus une très bonne directivité, assurant à la lumière laser une *bonne cohérence spatiale*.

# Exercices

- Soit un laser ( $\lambda = 632 \text{ nm}$ ) dont la longueur de cohérence est de 1 m. Calculer:
  - Le temps de cohérence
  - La largeur de bande
    - en Hz
    - en nm
  
- Soit une LED verte (550 nm) avec une largeur de bande 50 nm FWHM. Calculer la longueur et le temps de cohérence.





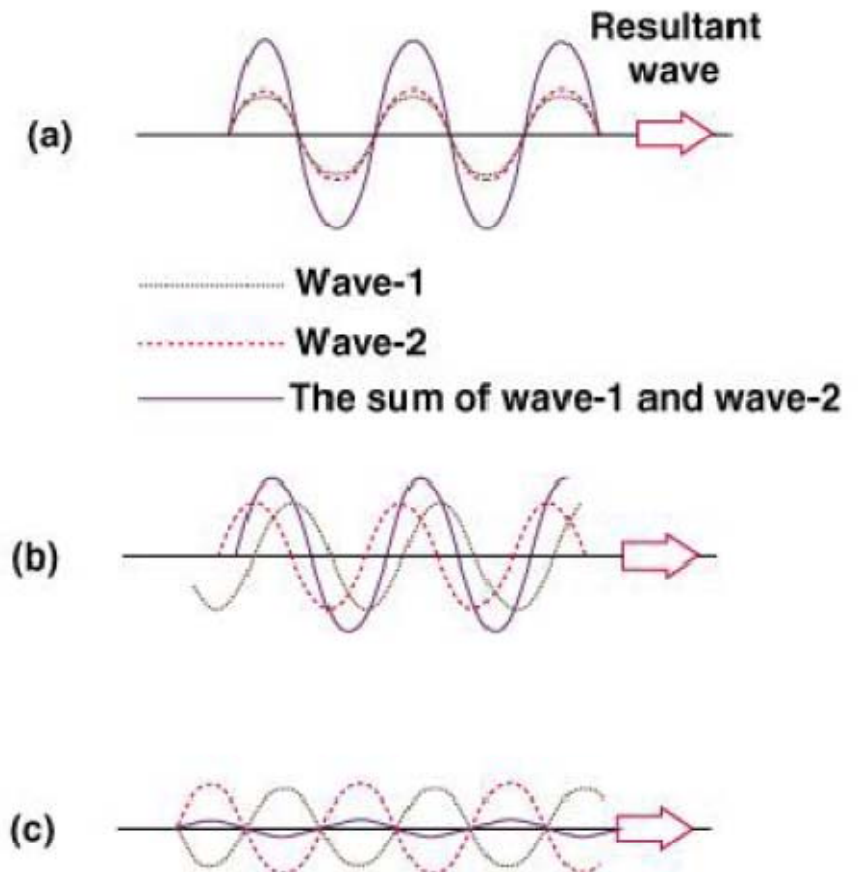
# Interférence

L'interférence est la superposition de deux ou de plusieurs ondes, produisant une onde résultante, la somme des ondes qui interfèrent.

# Interférence

Soit deux ondes sinusoïdales de même fréquence qui se propagent dans la même direction.

- Ondes en phase  $\rightarrow$  interférence constructive et l'amplitude de l'onde résultante en est la somme.
- Ondes un peu déphasées  $\rightarrow$  l'amplitude de l'onde résultante diminue.
- Ondes en opposition de phase (déphasage =  $180^\circ$ ), décalées de  $\lambda/2 \rightarrow$  interférence destructive et l'onde résultante a sa plus faible amplitude.



# Intensité de la superposition d'ondes

- Supposons deux (trains de) ondes d'intensité  $I_1$  et  $I_2$  qui présentent en un point donné une différence de phase de  $\delta$ .

- Si les ondes sont incohérentes on a:

$$I = I_1 + I_2$$

- Si les ondes sont cohérentes on a:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos \delta$$

et si les deux amplitudes sont égales:

$$I_1 = I_2 = I_0$$

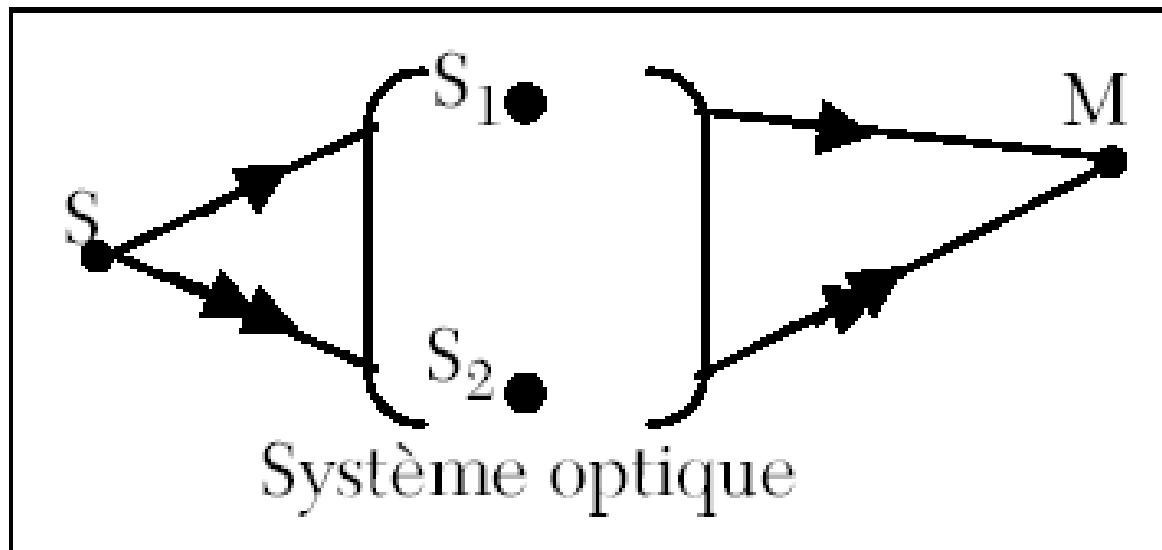
$$I = 2I_0 + 2I_0 \cos \delta = 2I_0(1 + \cos \delta) = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

# Réalisation pratique de deux sources mutuellement cohérentes afin d'obtenir des interférences

- Deux sources  $S_1$  et  $S_2$  **physiquement indépendantes**, sont toujours totalement **incohérentes entre elles** (même si elles sont ponctuelles) : cela est dû au caractère aléatoire de l'émission lumineuse (quelle que soit son origine), qui rend toute source de lumière temporellement incohérente.
- L'idée est donc d'obtenir, à partir d'une source  $S$  appelée source primaire, 2 sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$ , possédant le même caractère aléatoire que  $S$ . Il faut pour cela séparer l'onde primaire en deux ondes secondaires. On distingue deux méthodes principales :

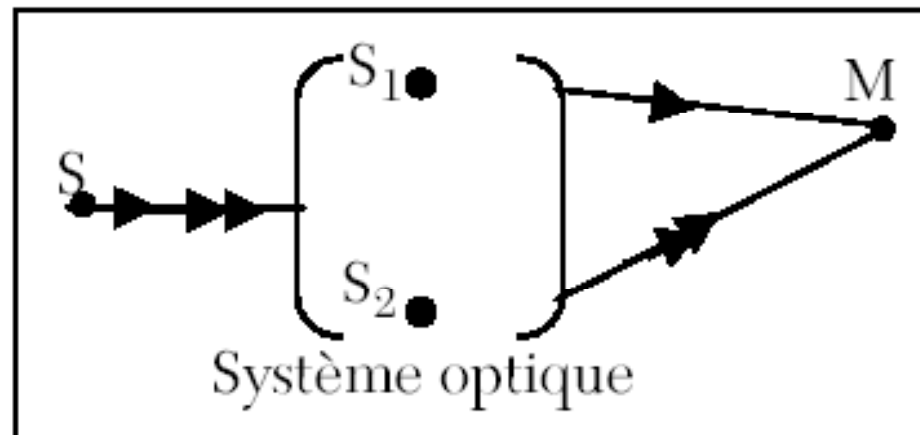
# 1. Dispositifs à division du front d'onde

On divise le front de l'onde primaire en isolant spatialement deux parties, que l'on fait ensuite se superposer pour interférer.

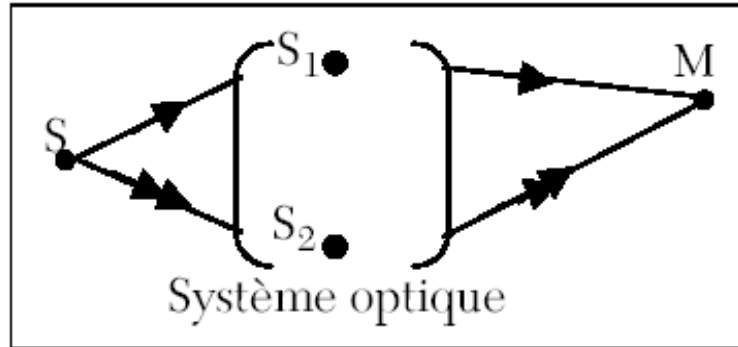


## 2. Dispositifs à division d'amplitude

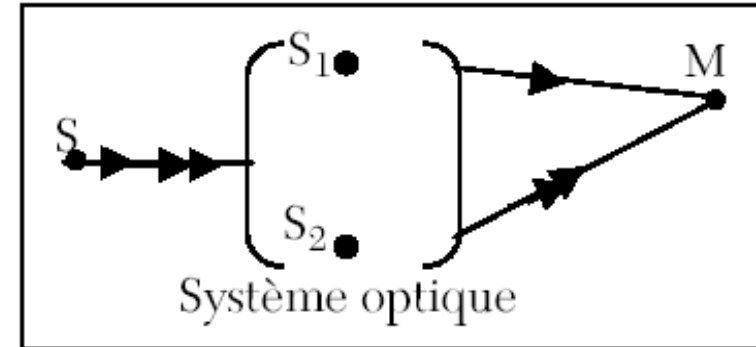
On divise le front de l'onde primaire avec d'une lame semi-réfléchissante. Puis, à l'aide de miroirs, on recompose les ondes transmises et réfléchies qui peuvent alors interférer.







Dispositifs dits à *division du front d'onde.*

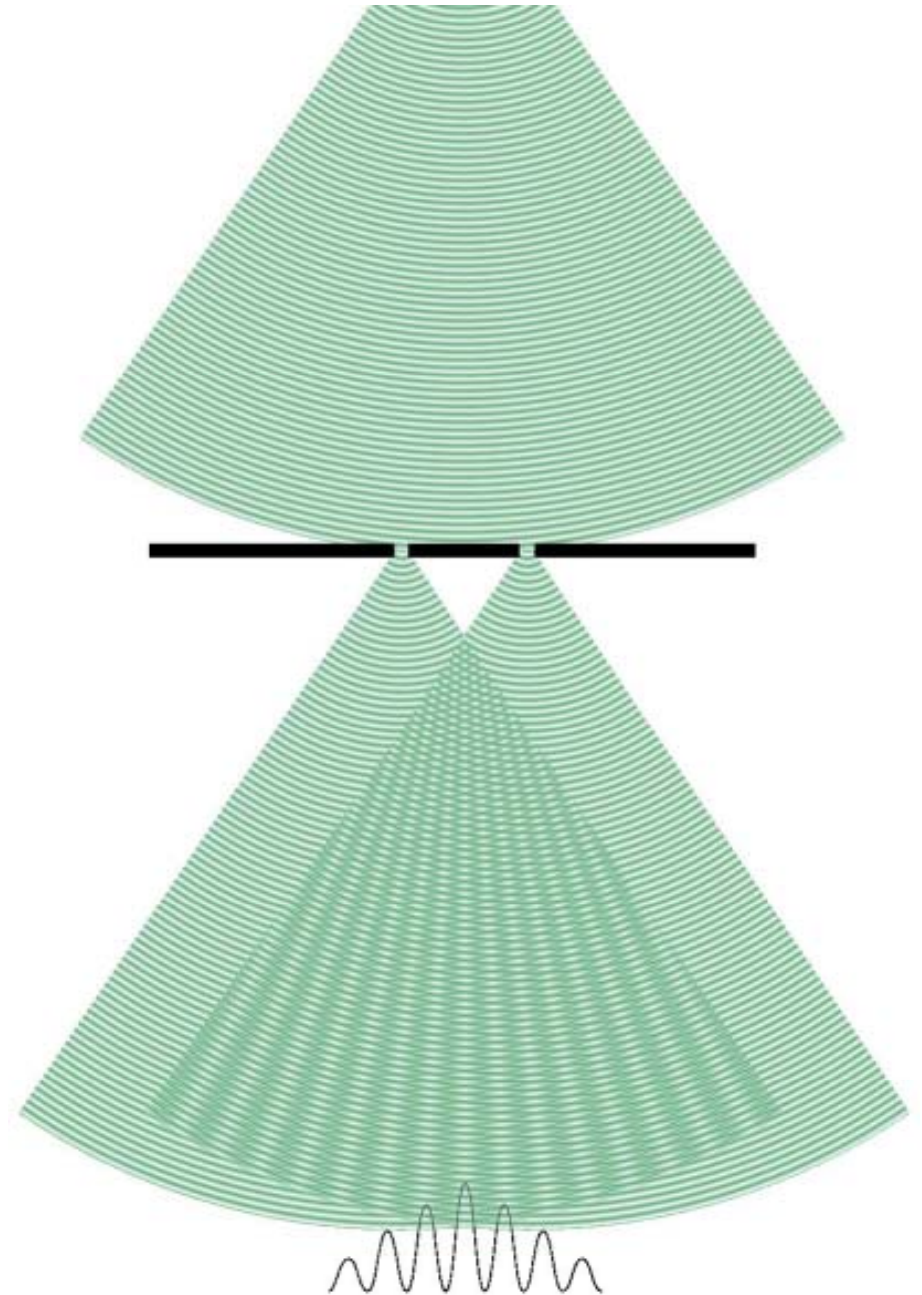


Dispositifs dits à *division d'amplitude.*

Dans les deux cas il reste plusieurs facteurs qui peuvent diminuer la visibilité des franges d'interférence:

1. L'extension spatiale de la source primaire: c'est le problème de la cohérence spatiale.
2. La non monochromaticité de la source primaire : c'est le problème de la cohérence temporelle.
3. Un changement de polarisation après la division.

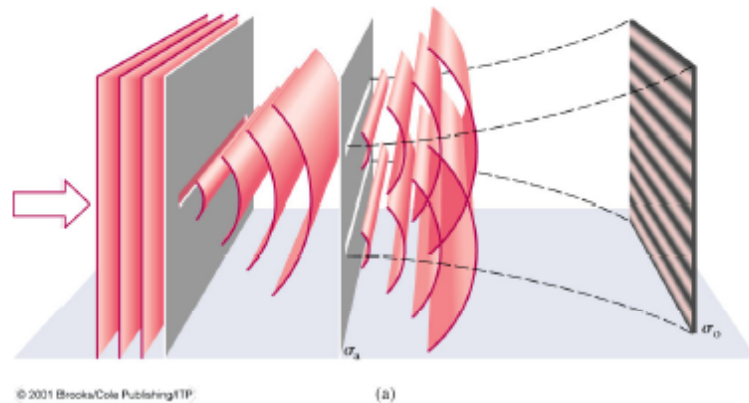
Un dispositif à division  
du front d'onde:  
**l'expérience de Young**



# Expérience de Young

Young prit un seul front d'onde qu'il fit passer à travers deux petites ouvertures. D'après l'optique géométrique, on devrait observer sur l'écran  $\sigma_o$  seulement deux lignes brillantes correspondant aux deux fentes. Par contre d'après l'hypothèse de Huygens, avec des ondelettes qui se forment à chaque point du front d'onde, on va voir une alternance de franges brillantes et noires sur  $\sigma_o$ . C'est effectivement ce que l'on observe.

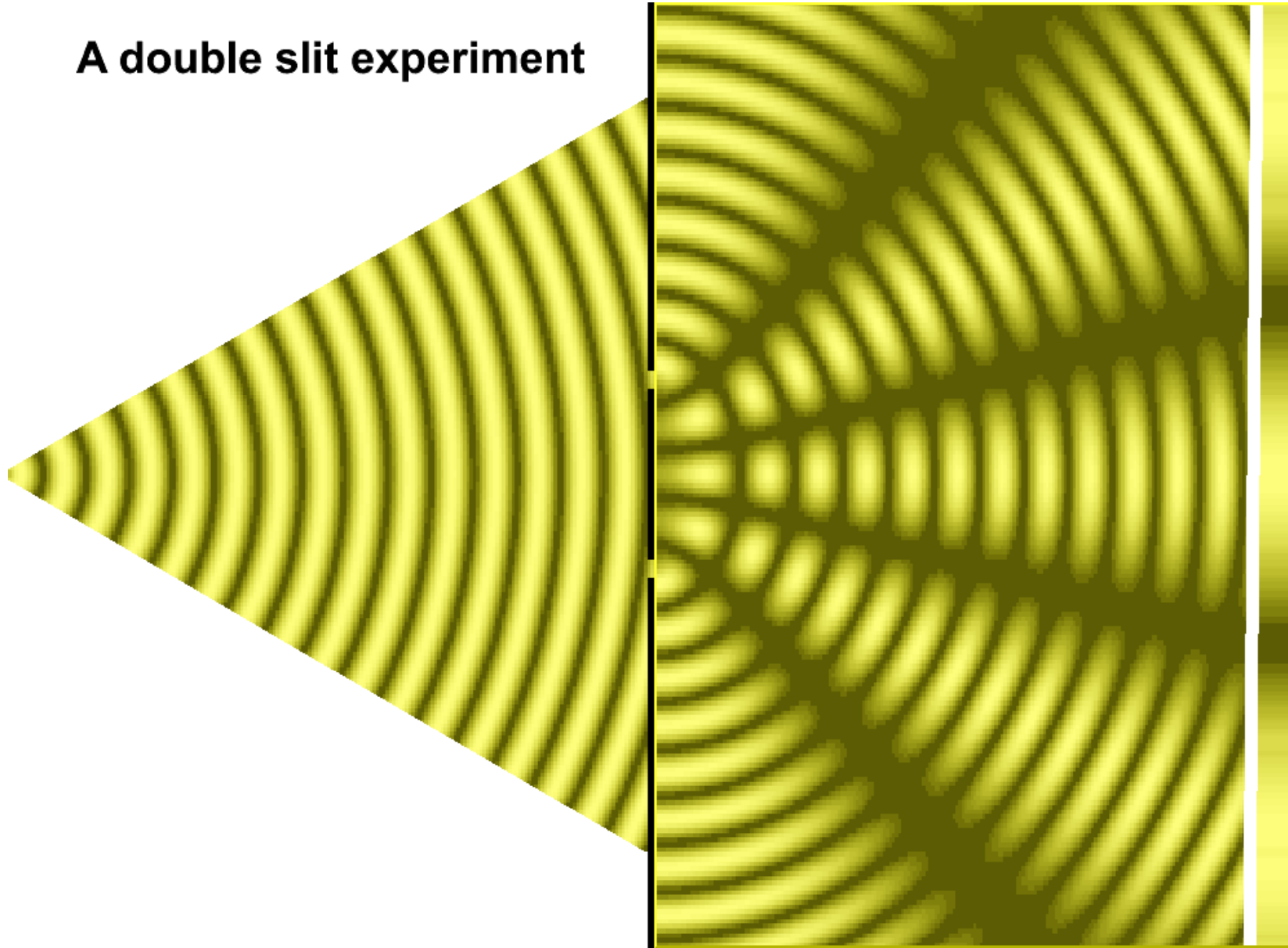
Une lumière monochromatique est diffractée par une fente qui agit alors comme un point source de lumière qui émet un front d'ondes semi-circulaires. Cette lumière éclaire un écran opaque,  $\sigma_a$ , muni de deux petites ouvertures identiques.



La lumière jaillit des deux ouvertures comme si elle était émise par deux sources identiques et cohérentes (lorsqu'elles passent à travers les deux fentes, ces ondes sont en phase, car elles ne sont que des parties de la même onde incidente). Les ondes se superposent et remplissent l'espace de franges qui apparaissent sur l'écran  $\sigma_o$ .

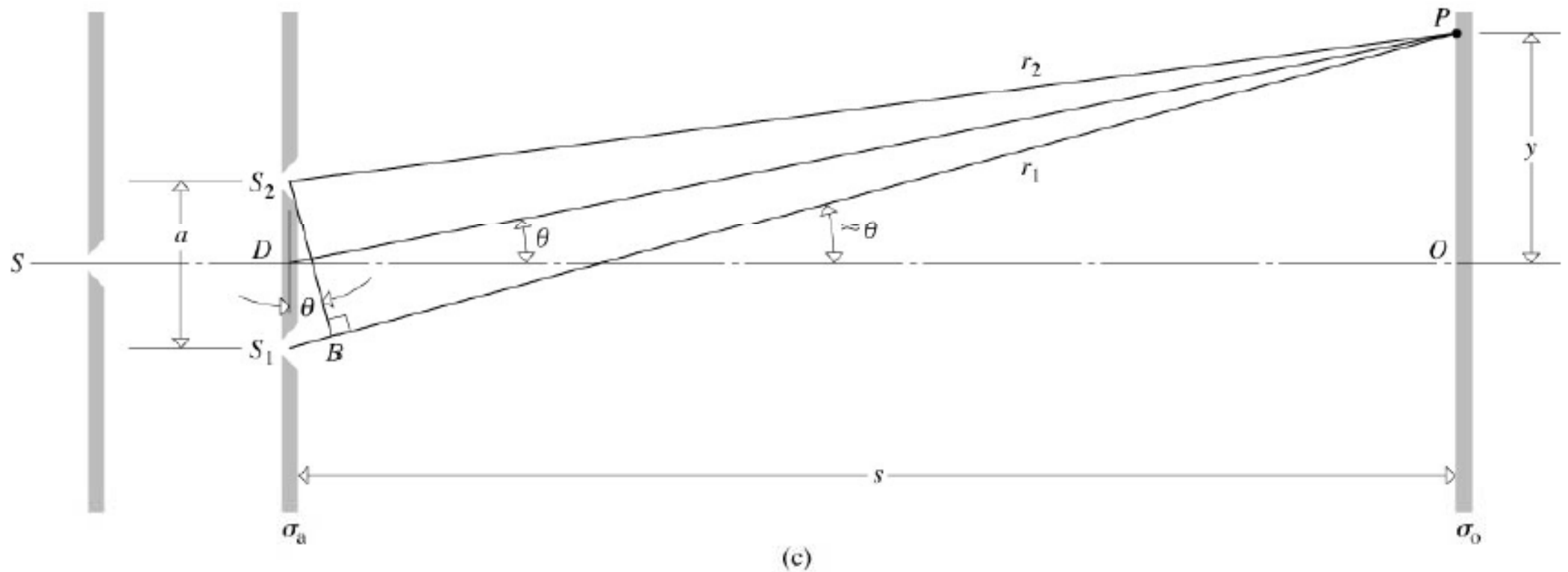
# Animation de l'expérience de Young (à vitesse **très** réduite !)

A double slit experiment



# Expérience de Young

On prend habituellement  $s \gg a$  avec  $a < 1\text{mm}$  et  $s \sim 1000a$ . On peut alors faire l'approximation que la différence de parcours  $(r_1 - r_2) \sim S_1B$  avec  $S_2B \perp S_1P$ .



## • Interférence constructive

Rappelant la condition donnant les maxima d'intensité lumineuse:

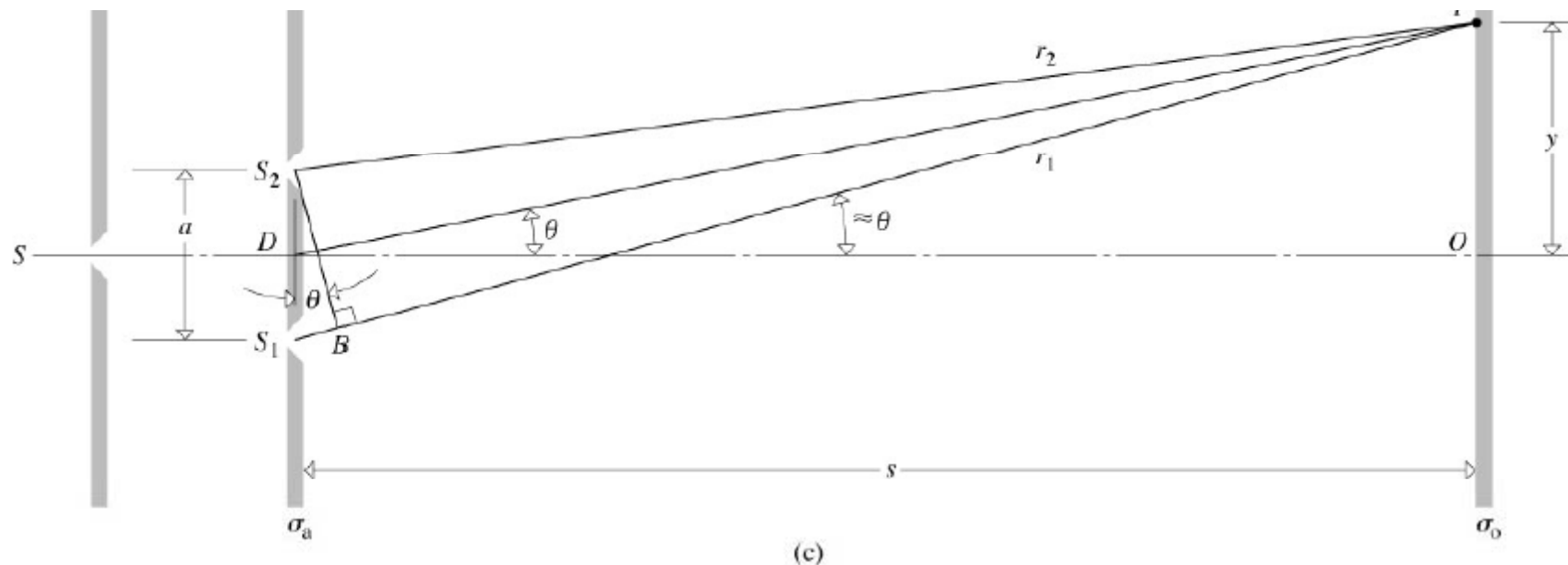
$$(r_1 - r_2) = m\lambda,$$

on trouve que l'angle  $\theta_m$  du maximum d'ordre  $m$  est donc donné par :

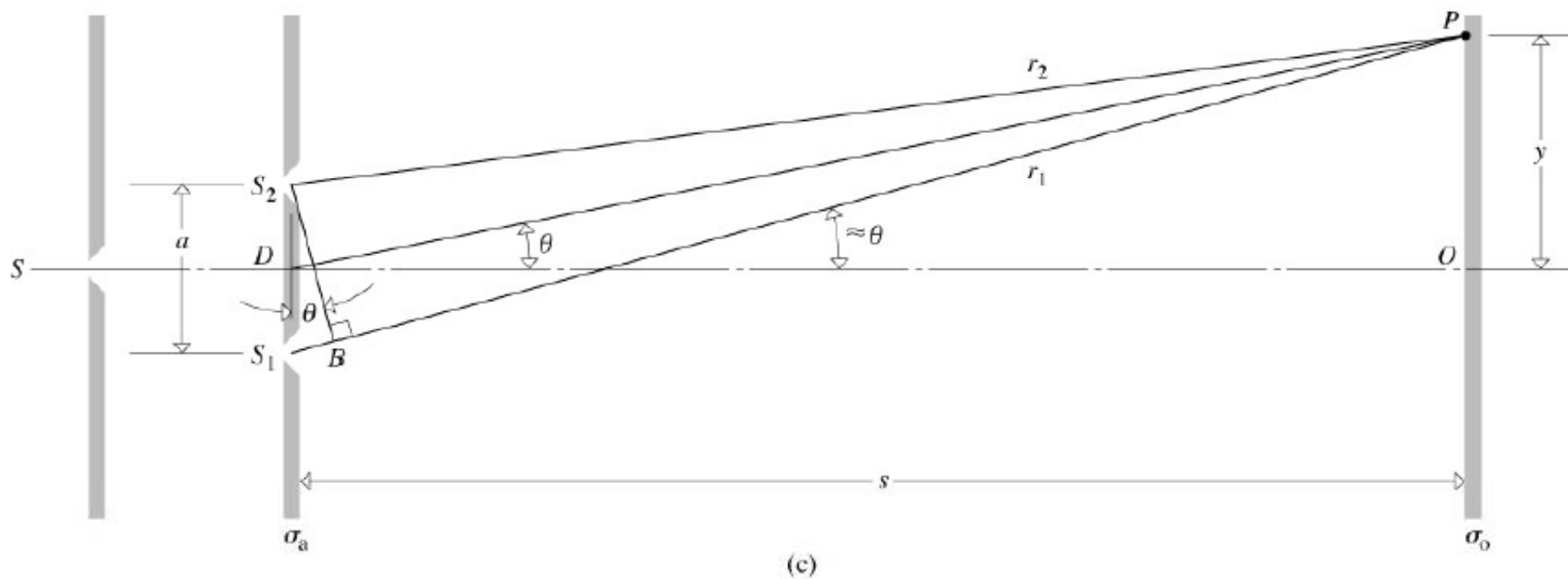
$$a \sin \theta_m = m \lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Il y a toujours une frange brillante au centre. On trouve aussi que la frange brillante d'ordre  $m$  se trouve à une distance  $y_m$  de la frange centrale :

$$y_m = \frac{s}{a} m \lambda$$



La distance entre franges brillantes (ou noires), l'**interfrange**,  $\Delta y$  vaut :  $\Delta y = \frac{s}{a}\lambda$ , qui dépend de  $\lambda$ . Si on utilise la lumière blanche, la frange centrale ( $m = 0$ ) est blanche, mais toutes les autres sont colorées.



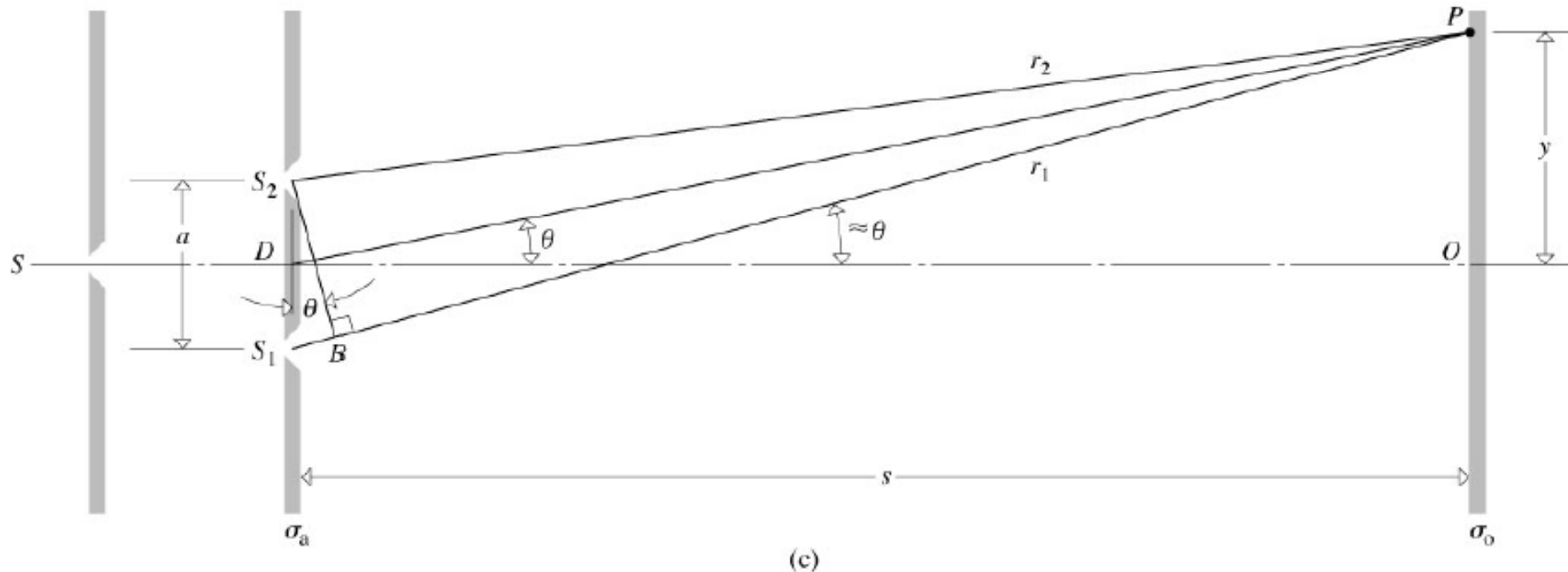
- Interférence destructive

$$a \sin \theta_m = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

( $m < 0$  pour franges sous l'axe).

Les extinctions se trouvent à des distance  $y_e$  :

$$y_e = \frac{s}{a} \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$





# Distribution d'intensité des franges de Young

- Rappelons l'intensité d'une superposition d'ondes cohérentes d'amplitude égale  $I_0$  :

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

- Les deux ondes sont en phase quand elles traversent les fentes. Donc la différence de phase à l'arrivée sur l'écran est simplement:

$$\delta = k(r_1 - r_2)$$

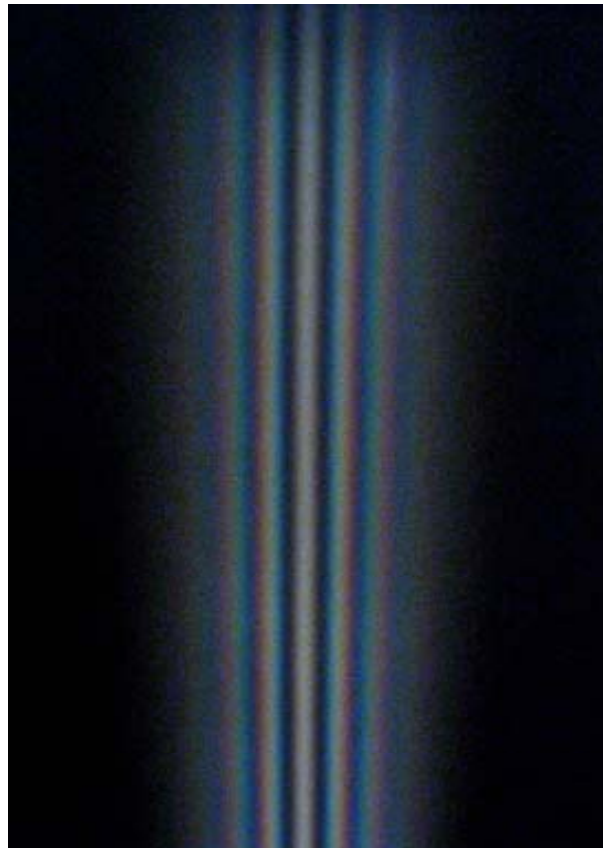
avec  $k = \text{nombre d'onde} = 2\pi / \lambda$  et

$$r_1 - r_2 = \frac{ay}{\lambda}$$

- On a donc

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{k(r_1 - r_2)}{2} = 4I_0 \cos^2 \frac{a\pi y}{s\lambda}$$

- Les calculs précédents montrent que l'intensité des franges est partout égale.
- Or on observe (voir figure) que leur intensité diminue lorsqu'on s'éloigne du centre de l'écran. Deux phénomènes sont à l'origine de cette observation.



1. Premièrement, les fentes ont une certaine largeur, ce qui implique un phénomène de **diffraction par chacune des fentes**. En effet, une lumière envoyée sur un petit trou n'en ressort pas de façon isotrope (on observe une tache d'Airy). Cela se traduit par le fait que la lumière est majoritairement dirigée vers l'avant.

Cet effet se répercute sur la figure observée après les fentes d'Young: l'intensité des franges décroît au fur et à mesure que l'on s'éloigne du centre. Pour en tenir compte, il faut rajouter le facteur suivant à l'intensité reçue par l'écran :

$$\text{sinc}^2\left(\frac{\pi l}{\lambda s} y\right)$$

où sinc est la fonction sinus cardinal et  $l$  est la largeur de chaque fente

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$

2. Le second phénomène à prendre en compte est le fait que les ondes émises en  $S_1$  et  $S_2$  sont des ondes *sphériques*, c'est-à-dire que leur amplitude décroît au fur-et-à-mesure qu'elles avancent.

Ainsi l'amplitude de  $E_1$  et de  $E_2$  ne sera pas la même au centre de l'écran et à une distance  $y$ .

Cela donne un nouveau facteur à rajouter à l'intensité :

$$\frac{1}{s^2 + y^2}$$

On a donc au final

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{a\pi y}{\lambda s} \cdot \text{sinc}^2 \left( \frac{\pi l y}{\lambda s} \right) \cdot \frac{1}{s^2 + y^2}$$



# Applet

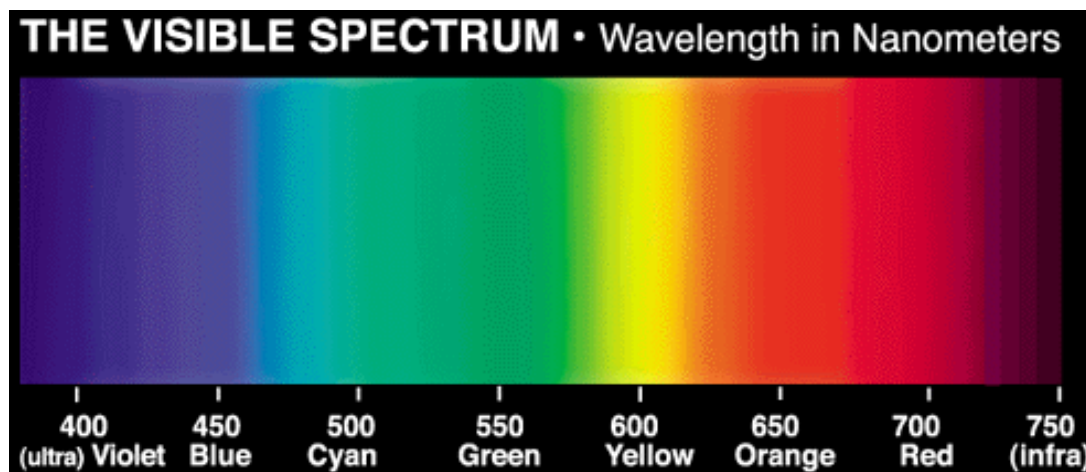
<http://surendranath.tripod.com/Applets/Optics/Slits/DoubleSlitID/DbISlitIntDifApplet.html>

# Exploration avec Matlab

La lumière rouge d'un laser He-Ne (= 632,8 nm) tombe sur un écran muni de 2 fentes horizontales, de largeur 50  $\mu\text{m}$  et séparées par 0,400 mm.

Une figure d'interférence apparaît sur un écran situé à 1 m.

1. Calculer la position des premières extinctions à partir du centre de l'écran.
2. Tracer la distribution de l'intensité pour 532 nm. Inclure dans ces calculs l'effet de la diffraction et de la sphéricité des ondes.
3. Considérer ensuite plusieurs longueurs d'onde entre 450 (bleu) et 700 nm (rouge) et tracer les distribution d'intensité correspondantes.
4. Tracer la distribution d'intensité correspondante à une lumière blanche.
5. Tracer également la distribution de couleur correspondante à cette lumière blanche.



# Franges en lumière polychromatique

<http://www.uel-pcsm.education.fr/consultation/reference/physique/interf/index.htm>

→ simuler

- Interférences en lumière polychromatique
- Franges en lumière polychromatique



## Principaux dispositifs à division du front d'onde



**Fentes d'Young**



**Biprisme de Fresnel**



**Bilente de Billet**



**Miroirs de Fresnel**



**Miroirs de Lloyd**



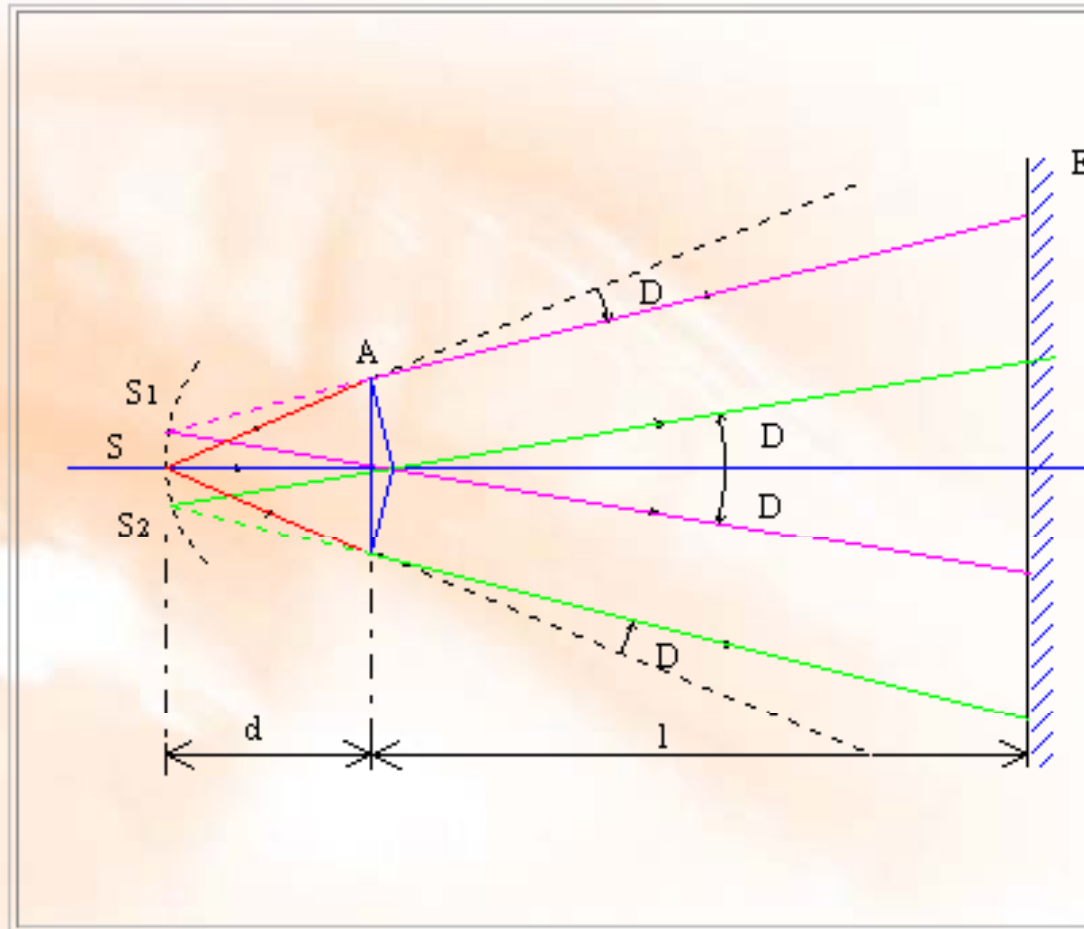
**Lentilles de Meslin**

[http://www.uel-pcsm.education.fr/consultation/referenc/physique/interf/menunodule/menusimuler/index\\_bas.htm](http://www.uel-pcsm.education.fr/consultation/referenc/physique/interf/menunodule/menusimuler/index_bas.htm)



## Biprisme de Fresnel

Un biprisme est constitué de deux prismes identiques accolés par la base et de même angle  $A$  très petit (une dizaine de minutes).



La fente source  $S$  est placée perpendiculairement au plan de section principale du dispositif, sur l'axe du système. Elle éclaire chaque prisme de manière identique qui en donne une image virtuelle supposée stigmatique. On obtient ainsi deux sources virtuelles secondaires  $S_1$  et  $S_2$ .

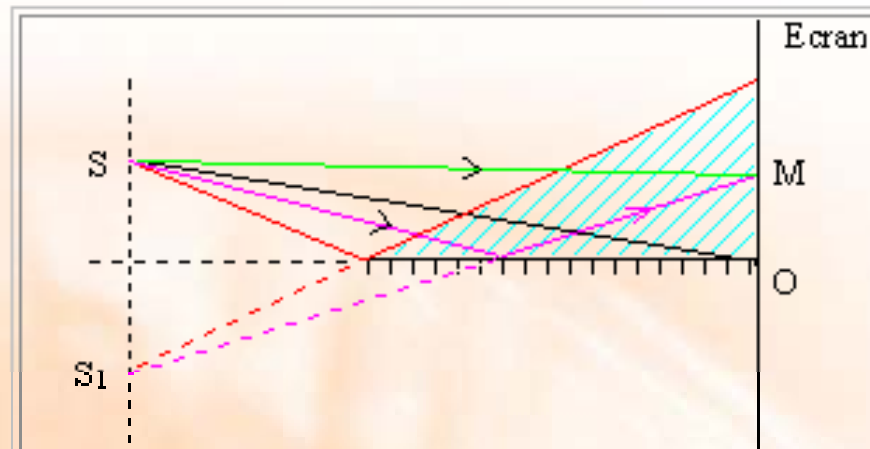
Tous les rayons arrivant sur un prisme sont déviés d'une même quantité  $D = (n - 1) A$ , vers la base du prisme. Tout se passe comme si l'on avait deux fentes sources  $S_1$  et  $S_2$  obtenues par une rotation d'angle  $D$  vers les sommets des prismes. Les interférences s'observent dans la partie commune aux deux faisceaux semblant provenir de  $S_1$  et  $S_2$ . Soient  $SP = d$  la distance de la fente source au biprisme et  $PO = l$  la distance du biprisme à l'écran d'observation.

On a donc:  $S_1S_2 = 2.D.d = 2(n - 1) A.d$

la différence de marche s'écrit donc:  $\delta = \frac{2 D.d.x}{l + d} = \frac{2 A(n - 1) d.x}{l + d}$

## Miroirs de Lloyd

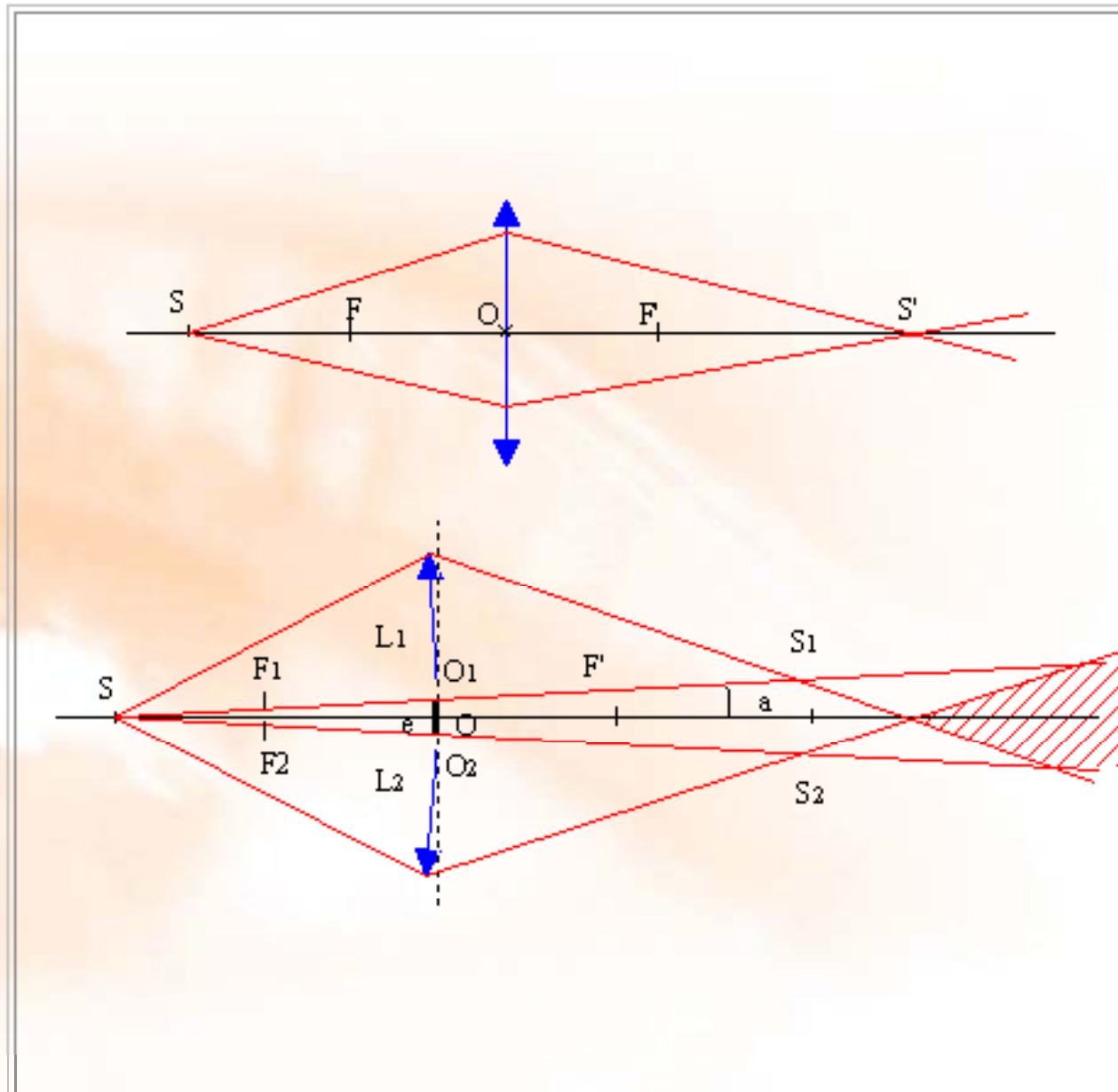
Soit un miroir plan  $M$  donnant d'une source ponctuelle  $S$  une image virtuelle  $S_1$ , symétrique de  $S$  à travers le miroir  $M$ .



Le faisceau réfléchi semble provenir de  $S_1$ . Il interfère ici directement avec une partie du faisceau issu de  $S$ .

Les interférences s'observent directement dans la partie commune au faisceau réfléchi et au faisceau incident non réfléchi issu de  $S$ .  $S$  et  $S_1$  sont alors les **deux sources synchrones et cohérentes** interférant entre elles.

## Bilente de Billet



Une lentille mince convergente est sciée en deux suivant un diamètre.

Les deux demi-lentilles sont légèrement écartées l'une de l'autre et légèrement inclinées d'un angle  $\alpha$ .

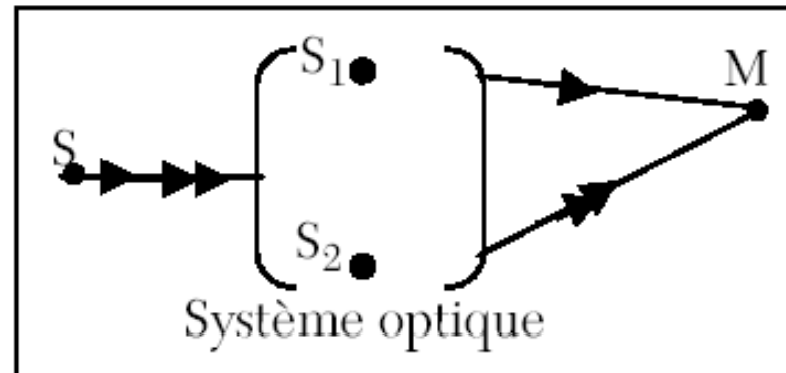
L'espace entre les deux demi-lentilles est rendu opaque de manière à éviter une interférence avec les rayons provenant directement de la source mère. On éclaire le dispositif par une source quasi ponctuelle située sur l'axe de la lentille, en avant du foyer objet  $F$ .

Chaque demi-lentille donne de  $S$  une image réelle, quasi ponctuelle. Soient  **$S_1$  et  $S_2$  les deux sources secondaires synchrones** et cohérentes.

On observera donc les interférences dans la partie commune aux deux faisceaux issus des sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$ .

# Dispositifs à division d'amplitude

On divise l'amplitude de l'onde primaire avec d'une lame semi-réfléchissante, puis, à l'aide de miroirs, on fait se recomposer les ondes transmises et réfléchies qui peuvent alors interférer.



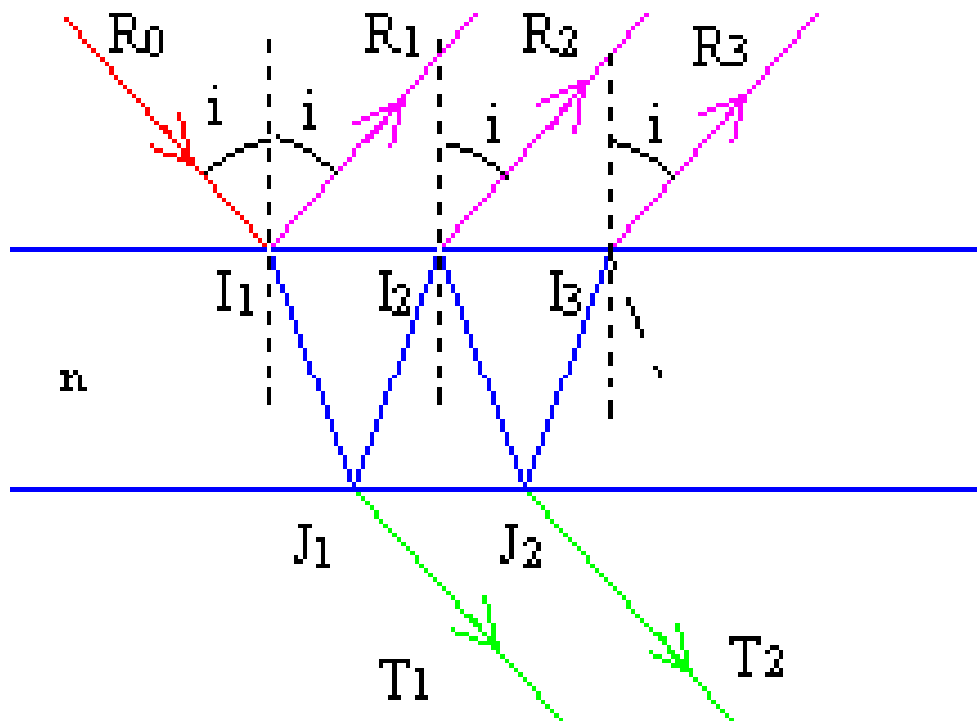
Dispositifs dits à division d'amplitude.

**Exemple:** L'interféromètre de Michelson, de Jamin ou de Mach-Zender.

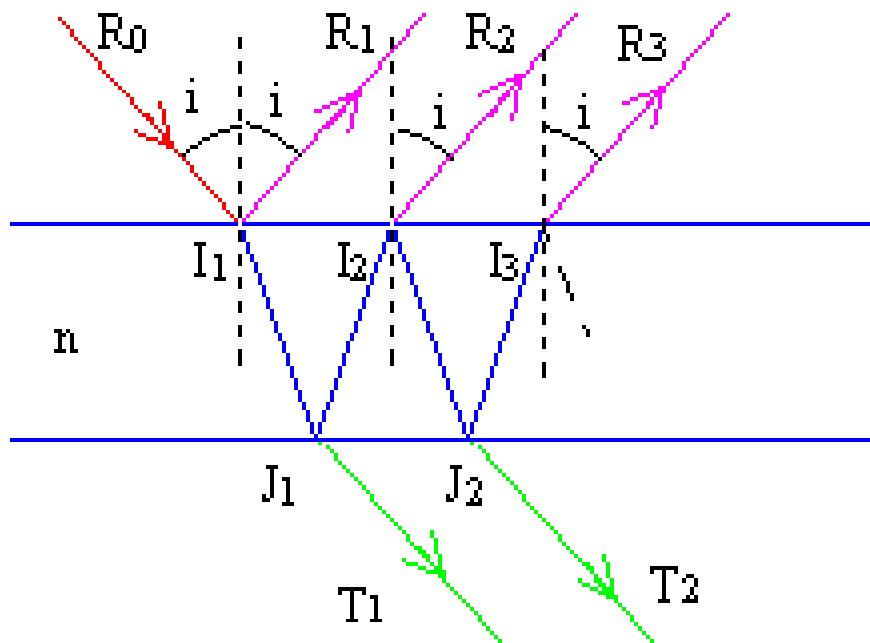
# Séparation d'amplitude par une lame mince

Considérons une lame à faces parallèles d'indice  $n$  plongé dans un milieu d'indice  $n_0$  moins réfringent:  $n_0 < n$ . Par exemple, ici le milieu d'indice  $n_0$  est l'air.

Un rayon incident  $R_0$  arrive sur la lame en un point  $I_1$  où il est réfléchi ( pour donner un rayon  $R_1$ ) et réfracté suivant  $I_1J_1$ .



- Au point  $J_1$  ce rayon est partiellement réfléchi suivant  $J_1I_2$  puis partiellement réfracté pour donner un deuxième rayon  $R_2$  parallèle au rayon  $R_1$ .
- De même en  $J_1$ , nous avons un rayon transmis  $T_1$  auquel on pourrait associer d'autres rayons  $T_2...T_n$ .
- Un seul rayon incident  $R_0$  donne donc une série de rayons par réflexion  $R_1...R_n$  parallèles entre eux et une série de rayons transmis parallèles entre eux et au rayon incident.



Nous ne considérerons que les deux premiers rayons réfléchis dans nos calculs puisque l'intensité des rayons suivants est négligeable par rapport à celle des deux premiers.

Prenons par exemple:

$r = 0,04$ , pour une lame de verre d'indice  $n = 1,5$  sous incidence quasi normale; alors

$$I_1 = I_0 \cdot 0,04$$

$$I_2 = I_0 \cdot 0,04 \cdot (0,96)^2 = I_1 \cdot 0,92$$

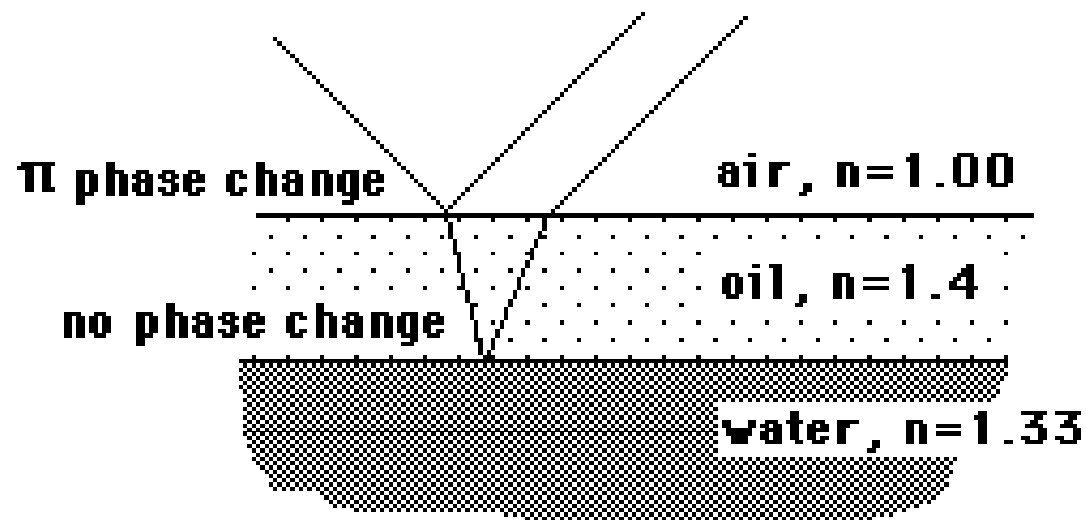
$$I_3 = I_2 \cdot 0,04 = I_1 \cdot 0,036$$

# Déphasage par réflexion

La réfraction sur une interface ne change jamais la phase, mais une réflexion peut le faire, cela dépendant des indices de réfraction des 2 milieux.

Pour la lumière, cette situation correspond à une onde incidente se propageant d'un milieu  $n_1$  à un milieu  $n_2$ . **Dans le cas où  $n_1 < n_2$ , l'onde réfléchie à l'interface est déphasée de  $\pi$  rad.**

**Si  $n_1 > n_2$  il n'y a pas de déphasage.**







# Rappel: chemin optique

## Chemin optique et indice de réfraction

Dans les milieux autres que le vide, les propriétés [diélectriques](#) des matériaux introduisent une modification de la [vitesse de la lumière](#). La vitesse de la lumière, notée  $v$  est liée à l'[indice optique](#)  $n$  du milieu par la relation :

$$v = \frac{c}{n}$$

avec  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide.

Dans le cas d'un milieu homogène, pour lequel  $n$  est le même en tout point, le chemin optique pour aller d'un point  $A$  vers un point  $B$  en ligne droite, que l'on note  $\mathcal{L}_{AB}$ , est simplement donné par la distance géométrique entre le point  $A$  et le point  $B$  multipliée par l'indice de réfraction  $n$ . On a ainsi :

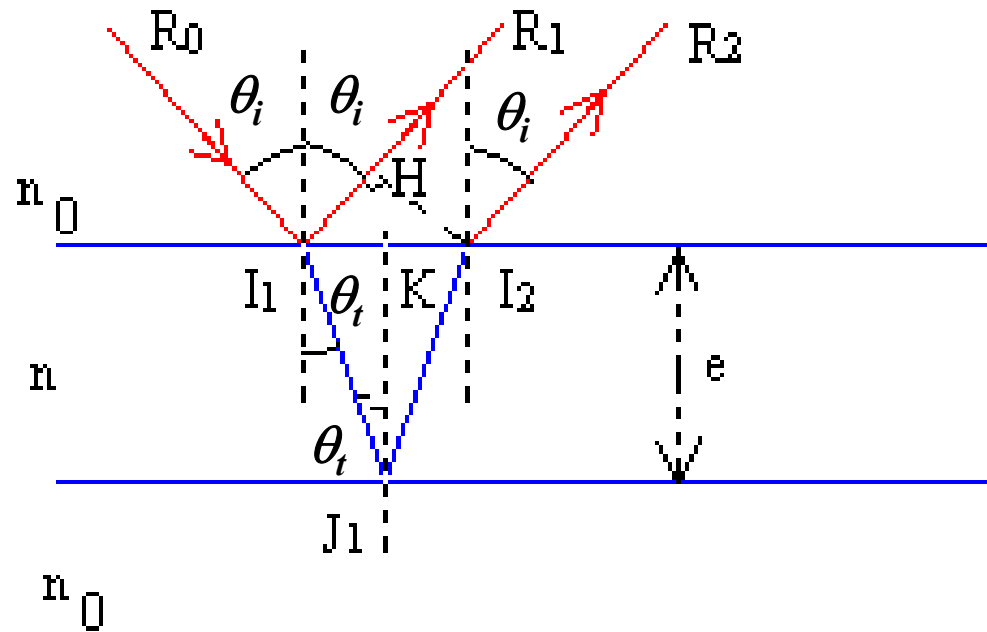
$$\mathcal{L}_{AB} = n AB$$

où  $AB$  est la distance géométrique entre le point  $A$  et le point  $B$ .

Exemple : Un rayon lumineux parcourt 5 cm dans une couche d'eau. Parallèlement, un autre rayon lumineux (identique au précédent) traverse 5 cm d'air. L'eau a pour indice de réfraction  $n = 1,33$  et l'air un indice sensiblement égal à celui du vide  $n = 1$ . Dans l'eau, le chemin optique du rayon lumineux vaudra  $D = 1,33 \times 5 = 6,65$  cm. Dans l'air, il vaudra  $D' = 1 \times 5 = 5$  cm. Le chemin optique sera plus long dans l'eau que dans l'air.

S'ils étaient partis en même temps, le rayon lumineux qui traverse l'air arrive "avant" l'autre. cela peut être vérifié avec un laser et des miroirs (un dans l'eau et un dans l'air) par un système d'interférences. La différence de phase entre le rayon ayant traversé de l'eau et celui ayant traversé de l'air sera fonction de la longueur d'eau traversée et du rapport des indices eau/air.

# Calcul du déphasage



Les rayons  $R_1$  et  $R_2$  sont issus d'un même rayon  $R_0$ .

Calculons la **différence de chemin optique** entre deux rayons réfléchis successifs. Les deux ondes ont en effet presque la même amplitude.

Une **surface d'onde** est définie comme étant le lieu des points  $M$  pour lesquels les **chemins optiques** des rayons lumineux calculés à partir d'un point source ou d'un point image sont identiques.  $\theta_i$

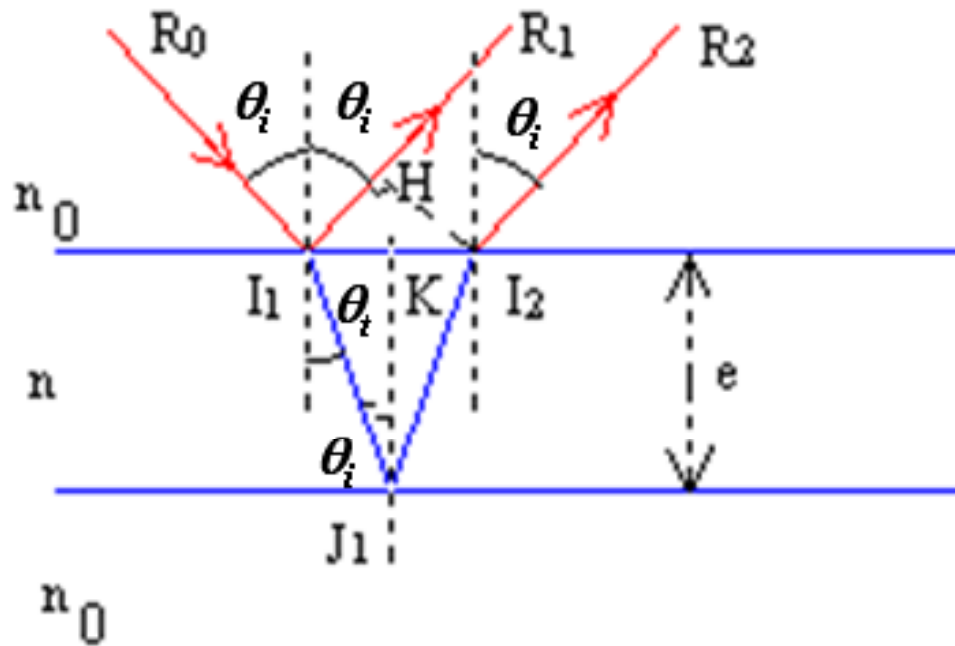
La différence de chemin optique entre ces deux rayons provient des trajets optiques  $(I_1H)$  de  $R_1$  dans l'air et  $(I_1J_1I_2)$  de  $R_2$  dans la lame.

$$\begin{aligned} \Lambda &= (I_1J_1I_2) - (I_1H) = n \cdot \frac{2e}{\cos \theta_t} - n_0 \cdot 2e \tan \theta_t \cdot \sin \theta_i = \\ &= n \cdot \frac{2e}{\cos \theta_t} - n \cdot 2e \tan \theta_t \cdot \sin \theta_t = \frac{2ne}{\cos \theta_t} (1 - \sin^2 \theta_t) \\ \Lambda &= 2ne \cos \theta_t \end{aligned}$$

La différence de phase est

$$\delta = \Lambda \cdot k \pm \pi$$

où  $k$  est le nombre d'onde  $2\pi/\lambda$ ,  
**et il y a un déphasage additionnel  
 de 180 deg dû à la réflexion.**



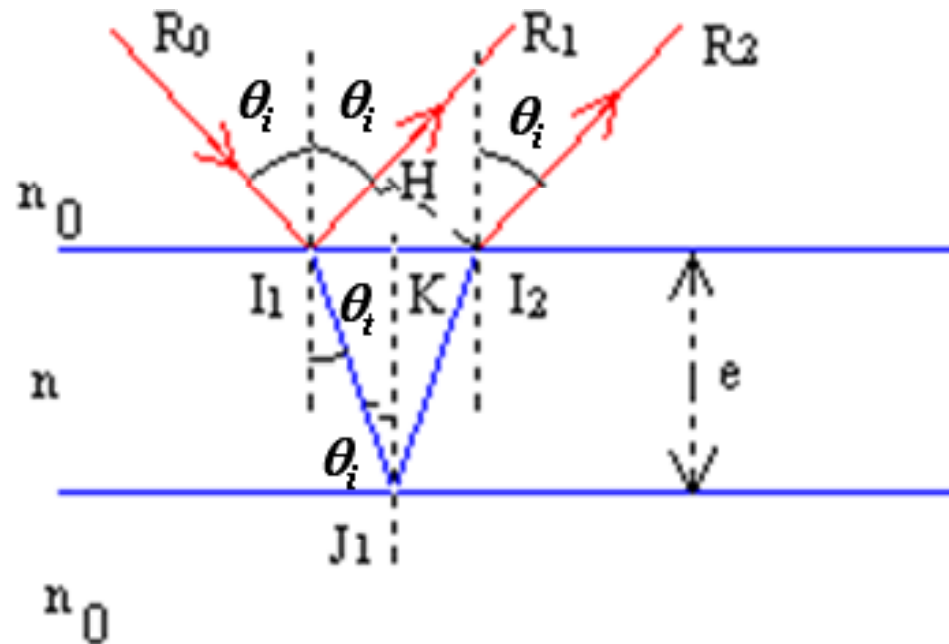
$$\begin{aligned} \delta &= \frac{4\pi n e}{\lambda} \cos \theta_t \pm \pi = \\ &= \frac{4\pi e}{\lambda} \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_i} \pm \pi \end{aligned}$$

- Il y a interférence **constructive** quand  $\delta = 2m\pi$  - multiple pair de  $\pi$ .
- Il y a interférence **destructive** quand  $\delta = (2m \pm 1)\pi$  - multiple impair de  $\pi$ .

# Distribution d'intensité

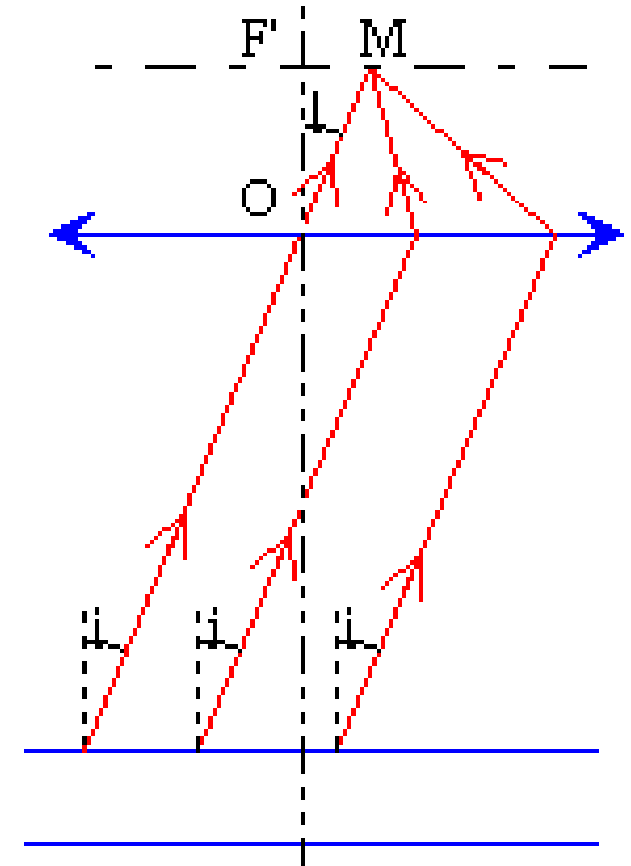
- Rappelons l'intensité d'une superposition d'ondes cohérentes d'amplitude égale  $I_0$ :

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

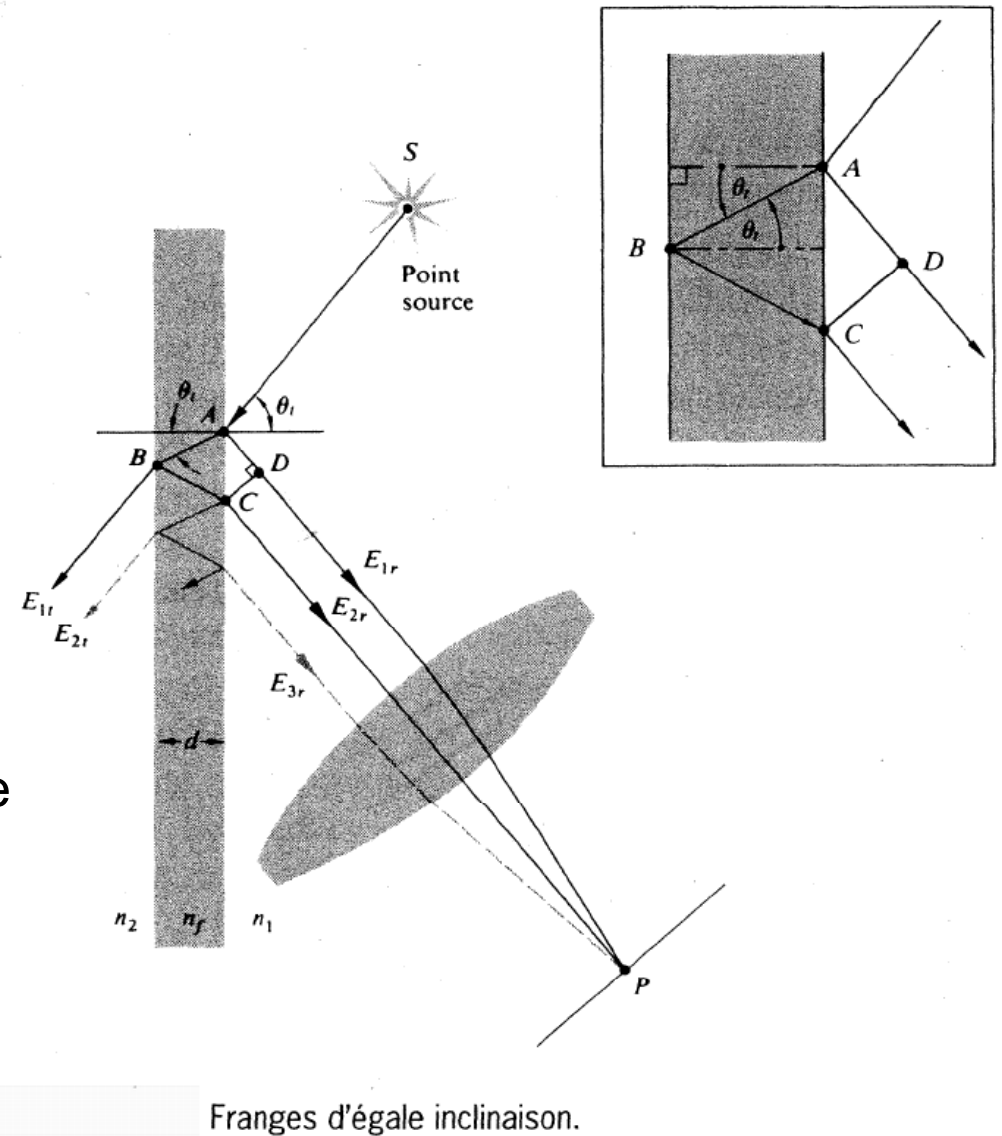


# Localisation des franges

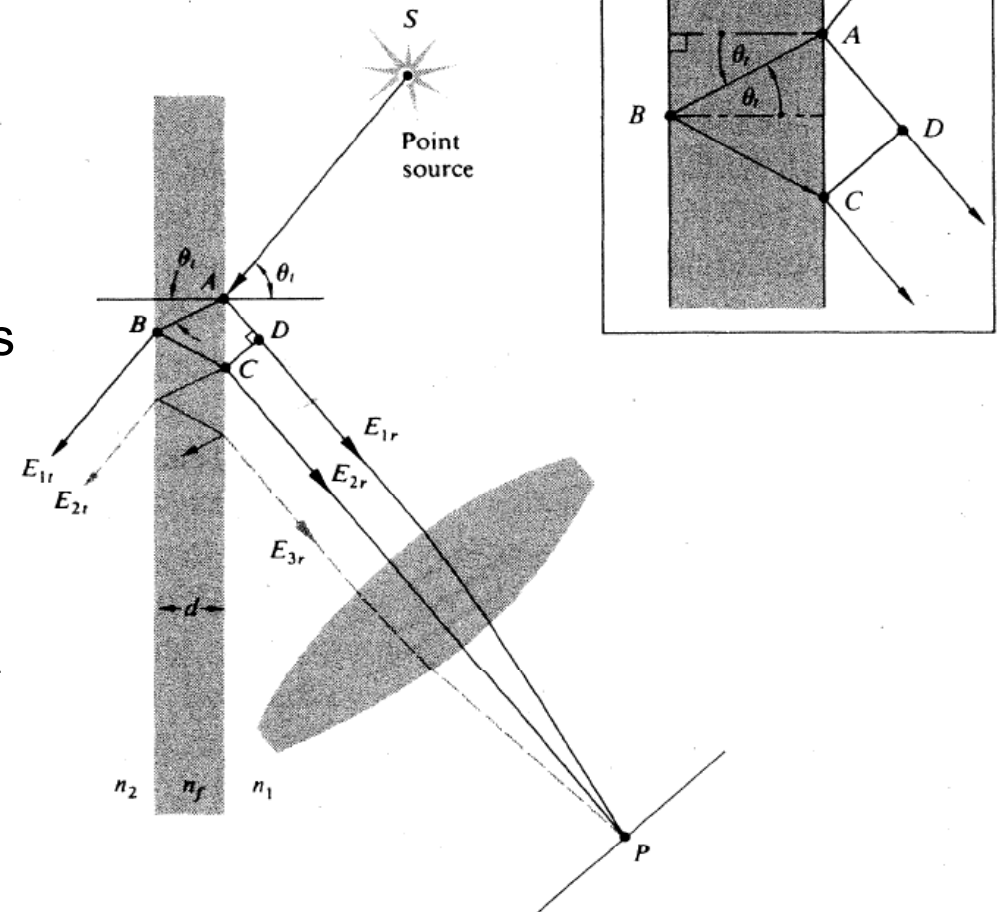
- Si la source qui éclaire la lame est étendue, chaque rayon arrivant avec une incidence  $\theta_i$  donne principalement deux rayons transmis ou réfléchis présentant entre eux une différence de marche indépendante de la géométrie et de la localisation de la source.
- Tous les rayons incohérents entre eux qui arrivent sous une même incidence  $i$  interfèrent (par réflexion ou par transmission) à l'infini puisqu'ils donnent des rayons réfléchis ou transmis parallèles entre eux et présentant deux par deux une même différence de marche. On dit que les **interférences sont localisées à l'infini**.
- Le phénomène peut être observé **dans le plan focal d'une lentille convergente**.
- Les intensités de tous les couples de rayons réfléchis ( $R_1, R_2$ ) ou transmis ( $T_1, T_2$ ) **de même incidence** s'ajoutent.
- Chaque frange d'interférence correspond à des rayons présentant une même différence de phase, donc à des rayons qui arrivent sur la lame avec une même incidence  $\theta_i$ .



- Les rayons réfléchis font avec la lame le même angle  $\theta_i$  que le rayon incident correspondant.
- Les franges de même intensité sont définies par une même différence de marche donc par un même angle d'incidence et de réflexion  $\theta_i$ .
- Observons le phénomène dans le plan focal d'une lentille convergente de centre O, de foyer F' dont l'axe est perpendiculaire à la lame.
- Tous les rayons parallèles entre eux avant la lentille se coupent **en un même point** situé dans le plan focal image de la lentille.



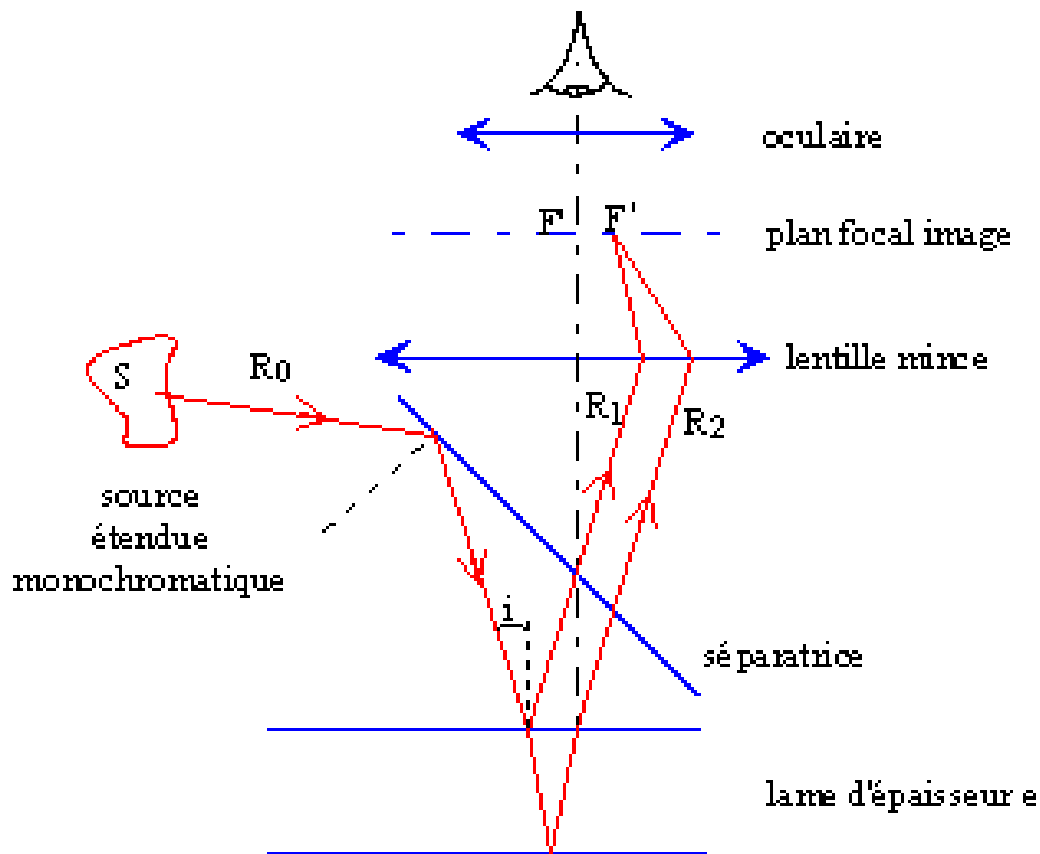
- Pour  $i$  donné, une incidence  $\theta_i$  donnée correspond à un **cercle** de centre  $F'$  situé dans le plan focal image de la lentille.
- Les franges d'interférences observées dans le plan focal d'une lentille sont par conséquent des cercles concentriques centrés sur le foyer image  $F'$  de la lentille.
- On les appelle **franges d'égale inclinaison** parce qu'elles correspondent à des rayons de même inclinaison  $\theta_i$  sur la lame.



Franges d'égale inclinaison.

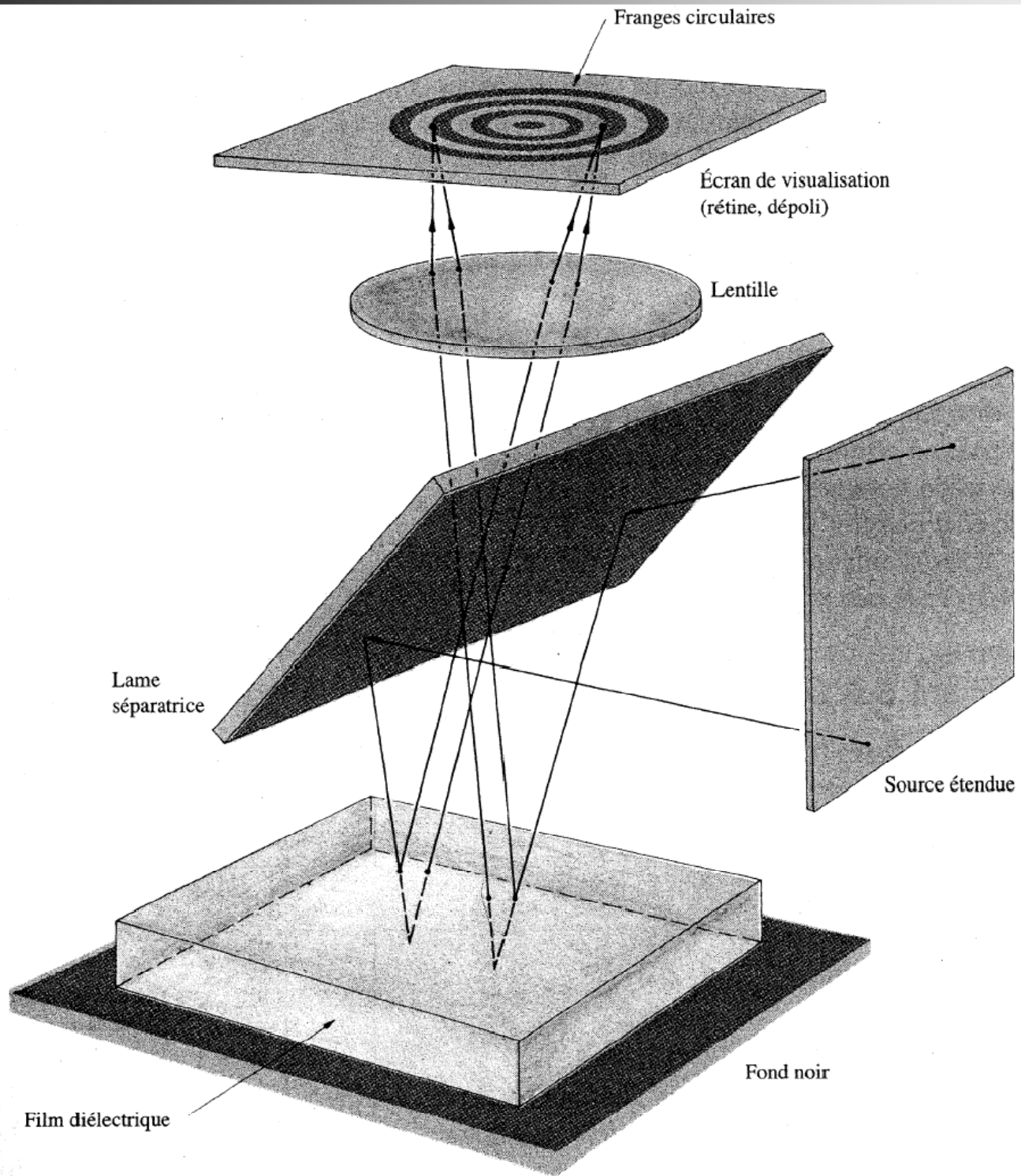


# Dispositif d'observation (franges de Haidinger)



Considérons le dispositif ci-contre.

- Tous les rayons issus de la source étendue et parallèles au rayon  $R_0$  vont être réfléchis sur la lame séparatrice et vont arriver sur la lame mince sous une même incidence.
- Ils viendront donc tous converger en un même foyer image secondaire de la lentille  $F'$ .
- Si l'on observe le phénomène dans le plan focal de la lentille constituant l'objectif, l'axe de la lentille constitue un axe de révolution pour la figure d'interférences et les anneaux sont centrés sur le foyer principal image  $F'$  de l'objectif.
- L'oculaire permet une observation visuelle des anneaux très serrés dans le plan focal de l'objectif

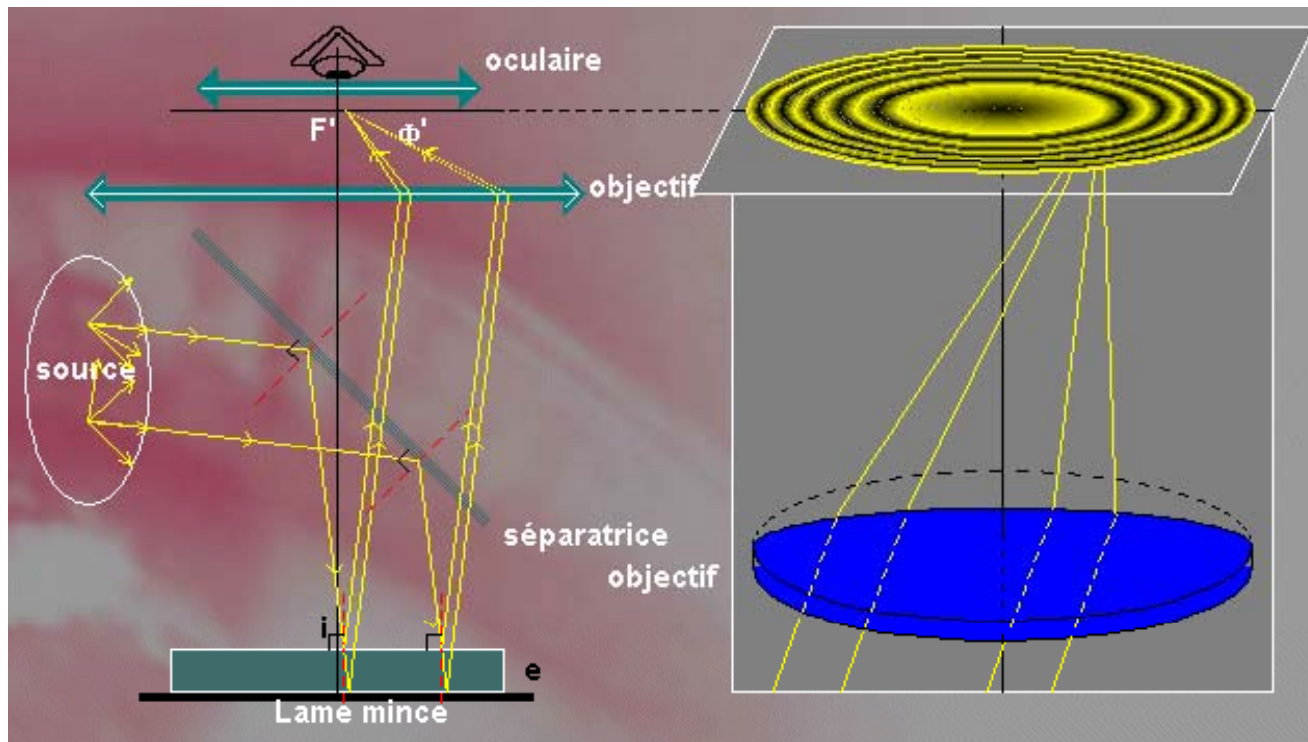


# Résumé par une animation

<http://www.uel-pcsm.education.fr/consultation/reference/physique/interf/index.htm>

→ simuler

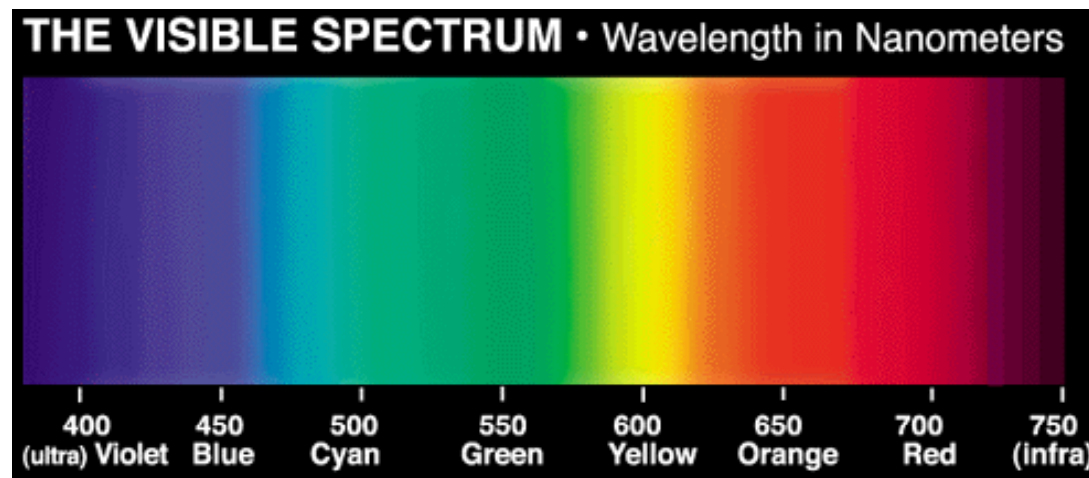
- Interférences localisées. Lames minces
- Lame mince à épaisseur constante



# Exploration avec Matlab

Un dispositif de franges de Haidinger est activé par une source diffuse de  $\lambda=630$  nm.

- Les rayons arrive sur la lame mince de 0.100 mm d'épaisseur avec des incidences entre -10 et +10 degrés.
- La focale de l'objectif est de 50 mm.
- Calculer la distribution et le profil des franges circulaires.
- Considérer ensuite plusieurs longueurs d'onde entre 450 (bleu) et 700 nm (rouge) et tracer les distribution d'intensité correspondantes.
- Tracer finalement la distribution correspondante à une lumière blanche. Voit-on des franges ?



# Interférence par réflexion sur couches minces

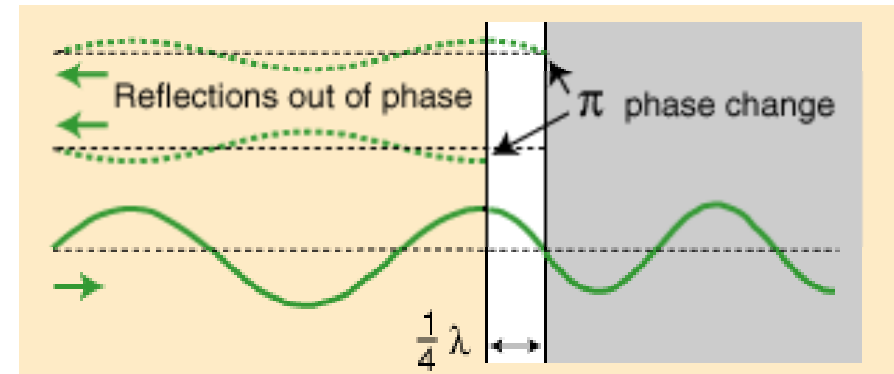
- Un cas spécial arrive pour  $e$  très petit, soit  $e < 0,1 \lambda$  : dans ce cas, la différence de trajet  $2e$  est négligeable et les rayons  $r_1$  et  $r_2$  sont toujours opposés en phase.
- Ainsi la couche mince paraît noire quelle que soit la longueur d'onde et l'intensité qui l'illumine.
- Cette situation correspond  $m = 0$ . L'épaisseur suivante qui rend la couche noire est donnée par  $m = 1$ .
- Si la **couche mince** n'a pas une épaisseur constante, et qu'on l'éclaire en lumière blanche, on voit différentes couleurs: l'interférence constructive se produit en différents endroits de la pellicule pour différentes longueurs d'onde.

## Franges dans un film d'épaisseur variable

La photographie jointe montre un film de savon étiré verticalement, de telle sorte qu'il prend une forme de coin sous l'influence de la gravité. Quand elles sont illuminées en lumière blanche, les franges sont très colorées. La région noire du dessus est une zone où le film a moins de  $\lambda_f/4$  d'épaisseur. Deux fois cette épaisseur, plus un déphasage additionnel de  $\lambda_f/2$  dû à la réflexion, donnent une valeur inférieure à une longueur d'onde. Les rayons réfléchis sont donc déphasés. Quand l'épaisseur décroît encore plus, la différence de phase totale est proche de  $\pi$ . L'éclairement au niveau de l'observateur atteint un minimum et le film apparaît noir en réflexion.



# Couches anti-reflets

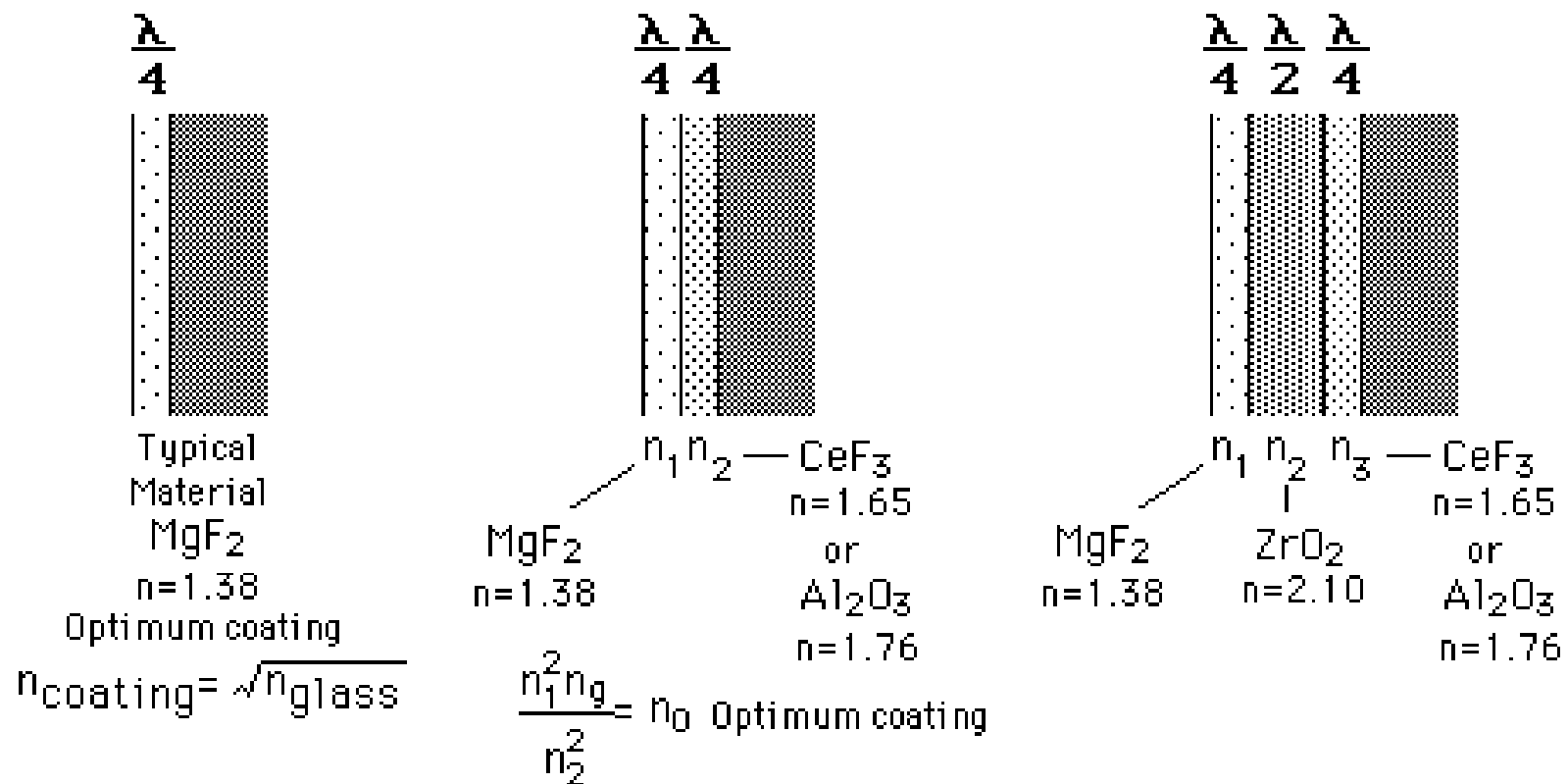


- Une application importante consiste à donner au verre, particulièrement aux lentilles, un revêtement antireflets. Le verre réfléchit 4% de la lumière incidente.
- Les instruments optiques peuvent contenir de 6 à 10 lentilles. La somme des réflexions à chaque surface peut réduire considérablement la quantité de lumière; de plus, les réflexions multiples produisent un bruit de fond qui réduit la qualité de l'image.
- L'application d'un très mince revêtement – épaisseur  $\frac{1}{4} \lambda$  - sur les lentilles permet de diminuer ce problème. La fraction de lumière réfléchie à une frontière dépend de la différence des indices de réfraction de chaque milieu.
- Ainsi on arrive à diminuer la réflexion de 4% à moins de 1%.
- Applet: [calculons une couche anti-reflets](http://www.iai.heig-vd.ch/~lzo/applets/applets_optique_ondul/www.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/optiphy/antirefl.html)

[http://www.iai.heig-vd.ch/~lzo/applets/applets\\_optique\\_ondul/www.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/optiphy/antirefl.html](http://www.iai.heig-vd.ch/~lzo/applets/applets_optique_ondul/www.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/optiphy/antirefl.html)

Une seule couche « fonctionne » en principe que pour une seule longueur d'onde.

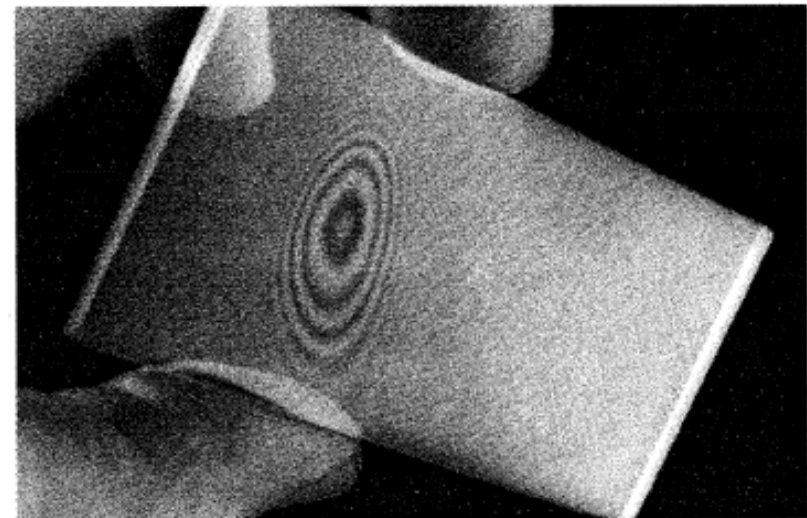
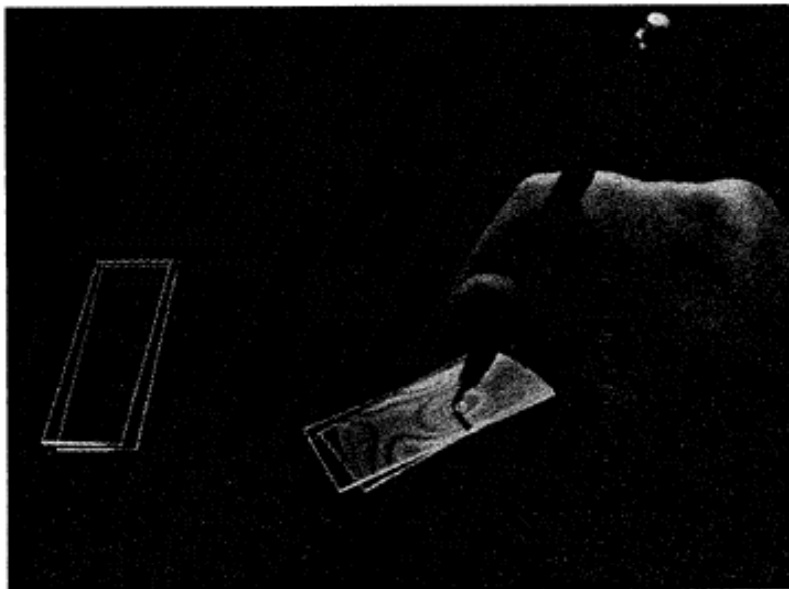
Des couches multiples permettent de couvrir tout le spectre visible.





# Franges de coin d'air

Si l'on presse deux lames de microscope bien nettoyées l'une contre l'autre, le film d'air emprisonné ne sera pas, en général, uniforme. À la lumière, une série de franges colorées, irrégulières, sera visible à la surface (franges d'égale épaisseur). Les fines lames de verre se déforment sous l'effet de la pression et les franges se déplacent et changent en conséquence. Si l'on scotche les deux lames ensemble avec un ruban transparent (de surface matte), cela va diffuser la lumière et rendre les franges réfléchies plus facilement visibles.



Franges créées par un film d'air entre deux lames de microscope.  
(Photo E. H.)

Deux lames de verre séparées à une extrémité par une feuille de papier formeront un coin approprié pour pouvoir observer ces franges d'interférence.

Quand on les observe sous incidence normale, comme sur la figure 9.22, les contours créés par un film non uniforme sont appelées des **franges de Fizeau**. Pour un coin peu épais d'angle  $\alpha$  faible, la différence de chemin optique entre deux rayons réfléchis

$$\Lambda \cong 2nec \cos \theta_i$$

avec  $e = x\alpha$

Pour de petites valeurs de  $\theta_i$ , la condition pour obtenir une interférence constructive devient :

$$(m + \frac{1}{2})\lambda_0 = 2n_f d_m$$

ou :

$$(m + \frac{1}{2})\lambda_0 = 2\alpha x_m n_f$$

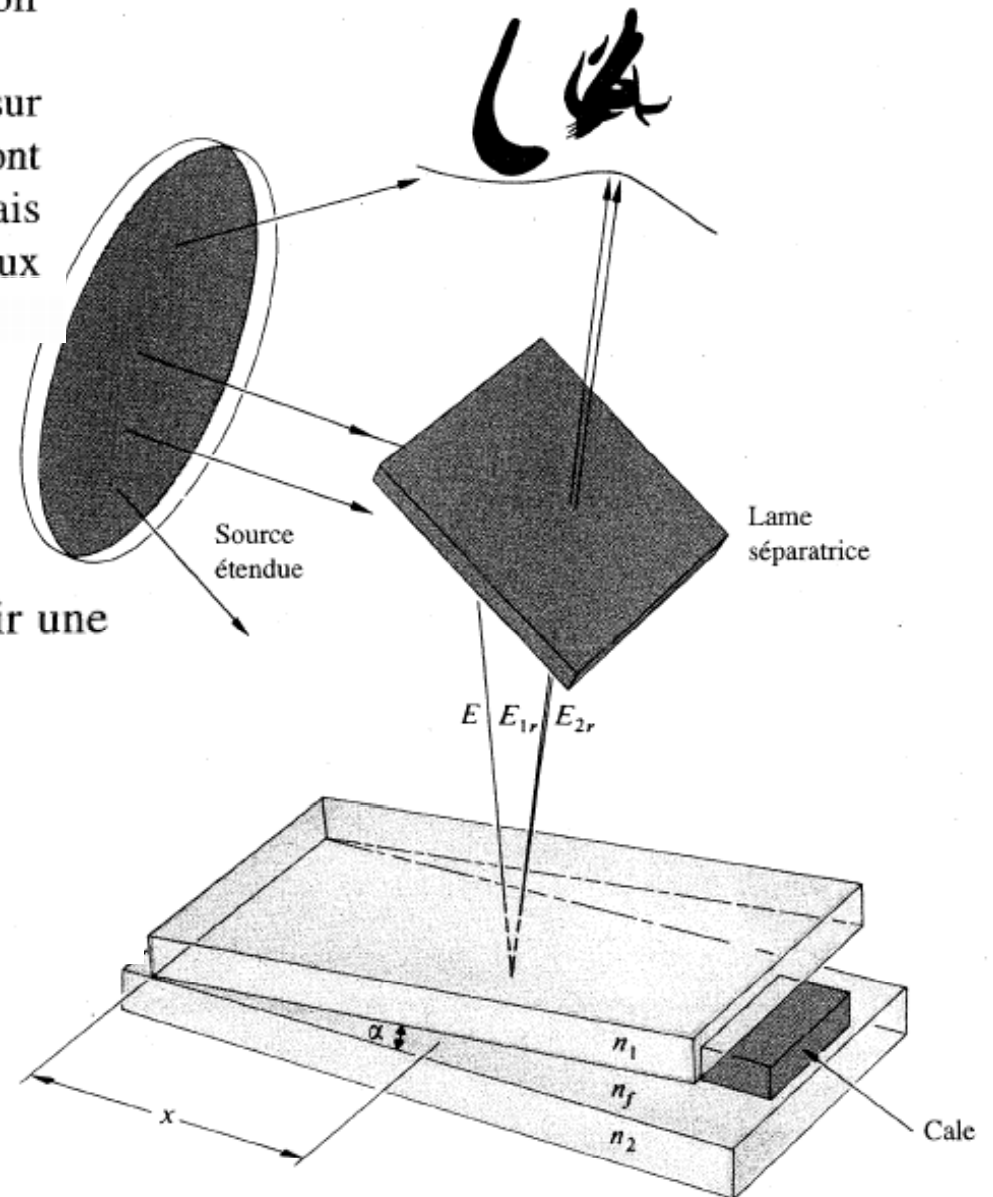


Figure 9.22 Franges de coin d'air.

En prenant:

$$\lambda_f = \frac{\lambda}{n_f}$$

on a:

$$x_m = \left( \frac{m + 1/2}{2\alpha} \right) \lambda_f$$

Les maxima apparaissent à des distances du sommet données par  $\lambda_f/4\alpha$ ,  $3\lambda_f/4\alpha$ , et ainsi de suite, deux franges consécutives étant séparées d'une distance  $\Delta x$  donnée par :

$$\Delta x = \lambda_f/2\alpha$$

On notera que la différence d'épaisseur de film entre deux maxima adjacents est simplement  $\lambda_f/2$ . Comme le faisceau réfléchi issu de la surface inférieure traverse deux fois le film ( $\theta_i \approx \theta_r \approx 0$ ), les maxima adjacents ont une différence de chemin optique de  $\lambda_f$ . On remarquera également que l'épaisseur du film aux différents maxima est donnée par :

$$d_m = (m + \frac{1}{2}) \frac{\lambda_f}{2}$$

qui est un multiple impair du quart de la longueur d'onde. Le fait de traverser deux fois le film produit un déphasage de  $\pi$ , qui, quand on l'additionne au déphasage de  $\pi$  résultant de la réflexion, ramène les deux rayons en phase.

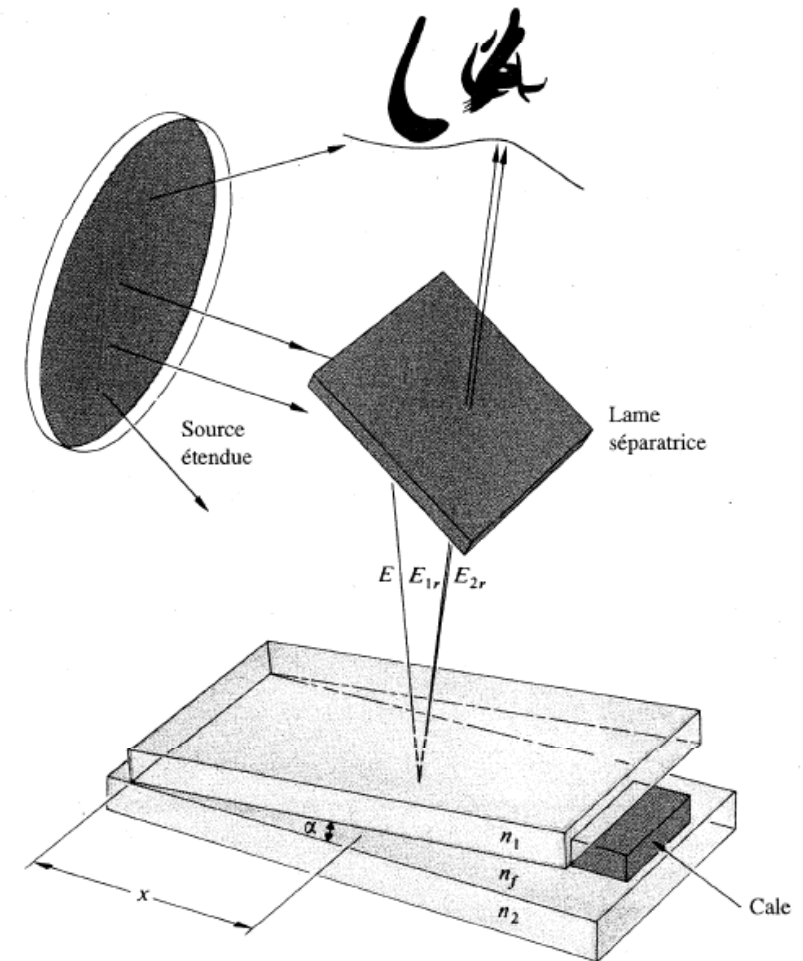


Figure 9.22 Franges de coin d'air.



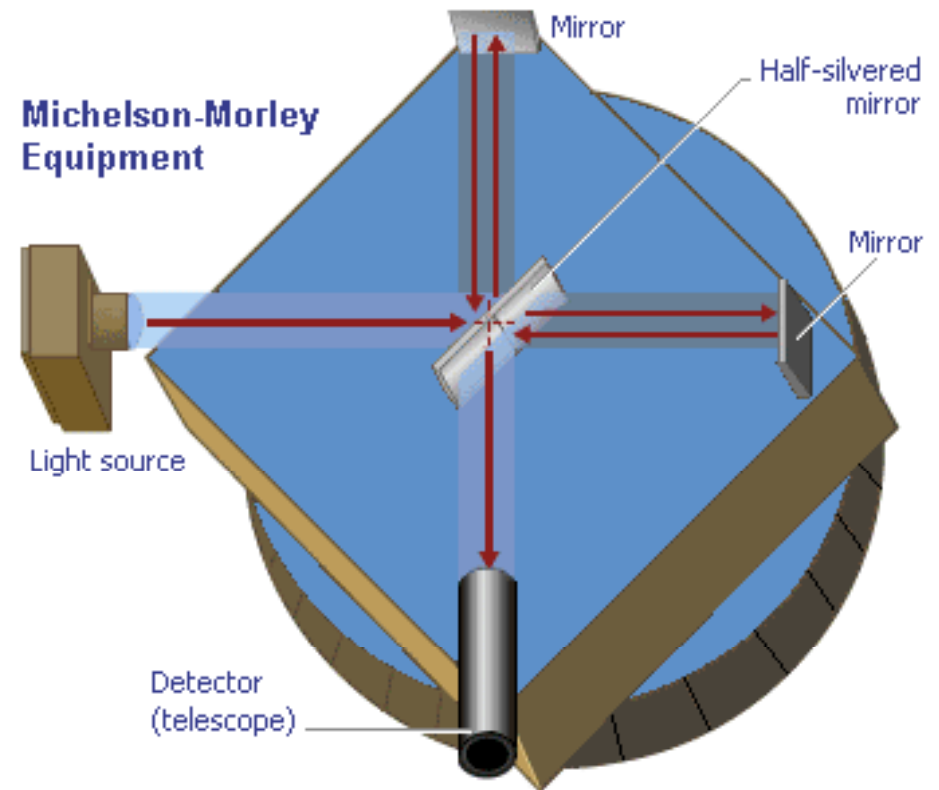
# Animation

## Lame mince à épaisseur légèrement variable

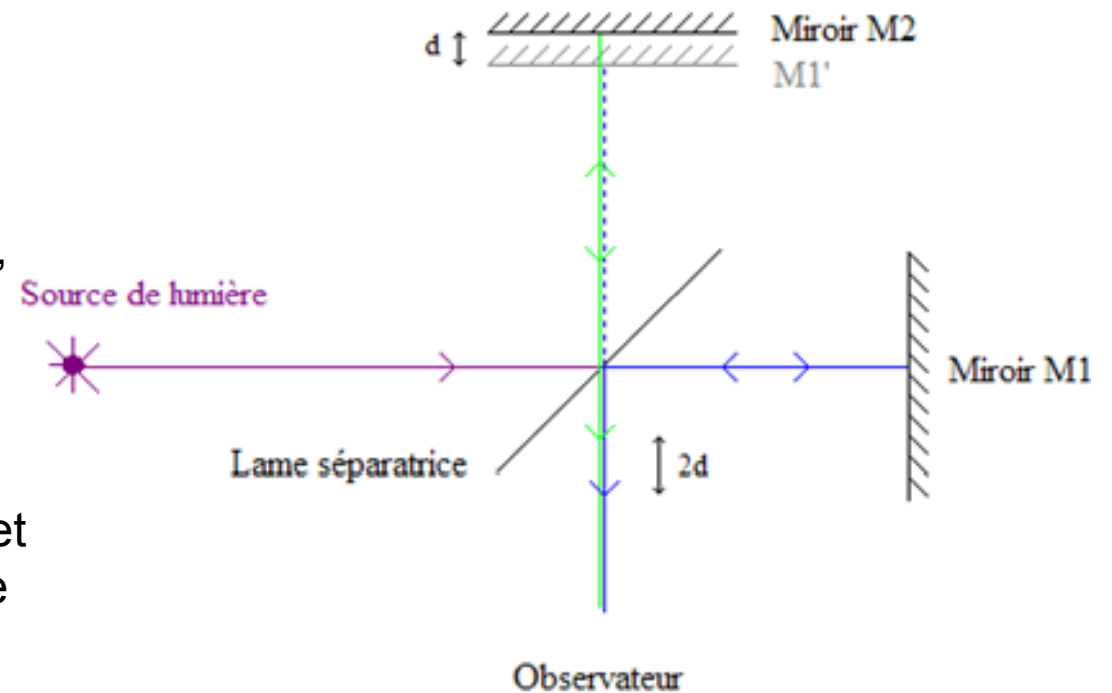
<http://www.uel-pcsm.education.fr/consultation/reference/physique/interf/simuler/optphyse/lamepa.html>

# L'interféromètre de Michelson

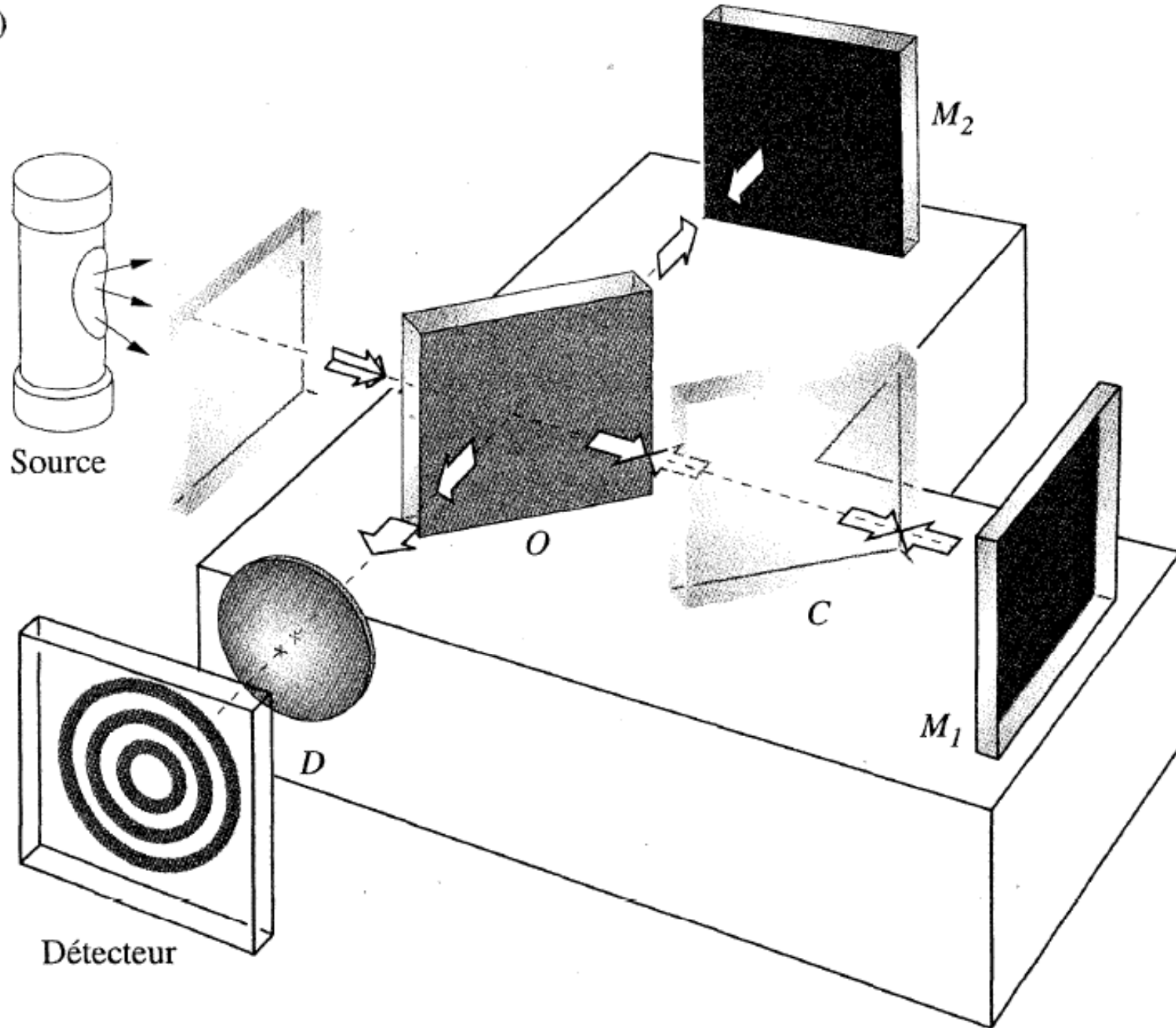
- L'interféromètre de Michelson est basé sur un dispositif d'interférences à **deux ondes**, par division de l'onde primaire grâce à une lame séparatrice comportant une face semi-réfléchissante.
- Celle-ci divise un rayon incident en deux rayons qui suivent deux voies différentes 1 et 2, dans les deux "bras" de l'interféromètre, qu'on recombine ensuite par deux miroirs plans, *réflexion sur la face avant des miroirs*, M1 et M2.
- Les miroirs, placés entre eux perpendiculairement, sont légèrement orientables par l'intermédiaire de vis de réglage.
- La lame séparatrice est orientée environ à  $45^\circ$  par rapport aux miroirs : cette géométrie particulière fait que les rayons qui entrent dans l'interféromètre tombent sur les miroirs sous incidence normale, ou sous un angle d'incidence  $i$  faible.



- **2 miroirs** M1 et M2,
- une **lame semi transparente S** ou lame séparatrice
- une **lame transparente C** ou compensatrice.  
La lame compensatrice a même épaisseur, même indice et même inclinaison que la lame séparatrice, ce qui permet **d'assurer la cohérence** en réalisant l'égalité des chemins optiques des rayons lumineux allant vers les miroirs M1 et M2 et issus d'un même rayon incident sur la lame séparatrice.
- On éclaire le dispositif avec une **source S**.
- Un **détecteur** permet l'étude de la figure d'interférence.



(a)



Source

$M_2$

O

C

$M_1$

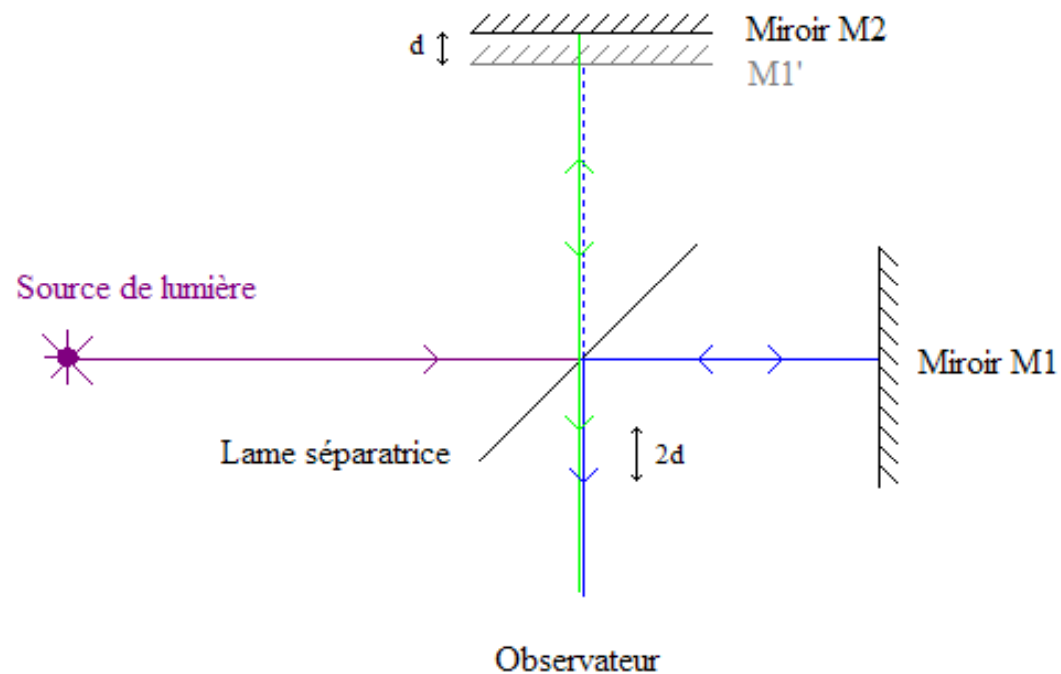
D

Détecteur

# Animation

## L'interféromètre de Michelson

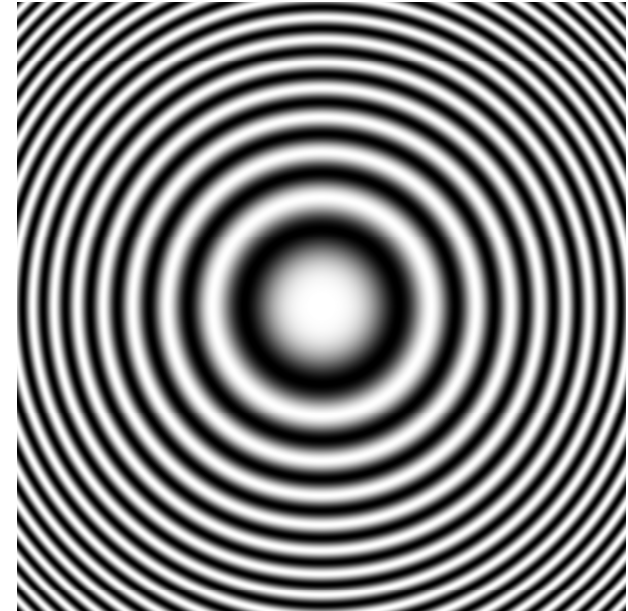
<http://www.uel-pcsm.education.fr/consultation/reference/physique/interf/simuler/optphysf/michel.html>





# Modes d'opération

1. Configuration en lame d'air

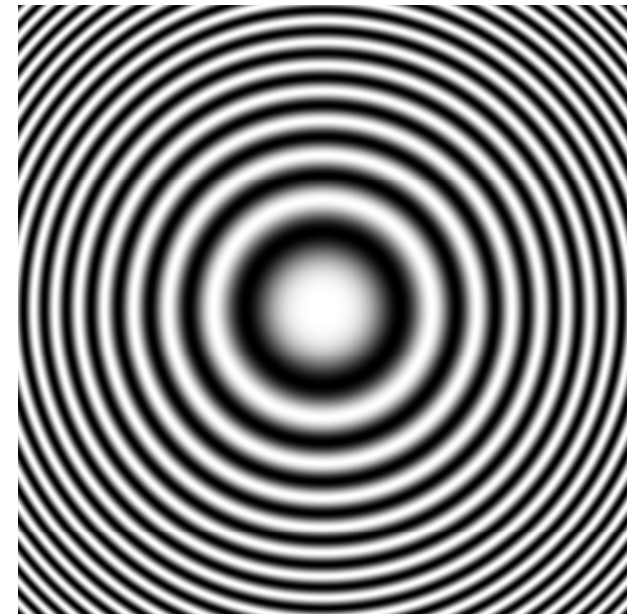


2. Configuration en coin d'air



# Configuration en lame d'air

- Pour configurer l'interféromètre de Michelson en lame d'air, il suffit d'agir sur la distance  $d$  représentée sur le dernier schéma.
- La figure d'interférence observable est celle qui est représentée sur le schéma de droite. On peut donc noter que l'on peut observer un ensemble d'anneaux concentriques, successivement sombres et clairs. On dit que la figure est constituée *d'anneaux d'égale inclinaison*.
- Cas particulier de l'observation, lors du contact optique, c'est-à-dire lorsque la distance  $d$  est réduite à zéro on observe une figure d'interférence avec un contraste nul. On a donc une teinte unie. Cette mesure peut permettre de tester la planéité des miroirs utilisés.



Les maximums d'interférence se trouvent pour:

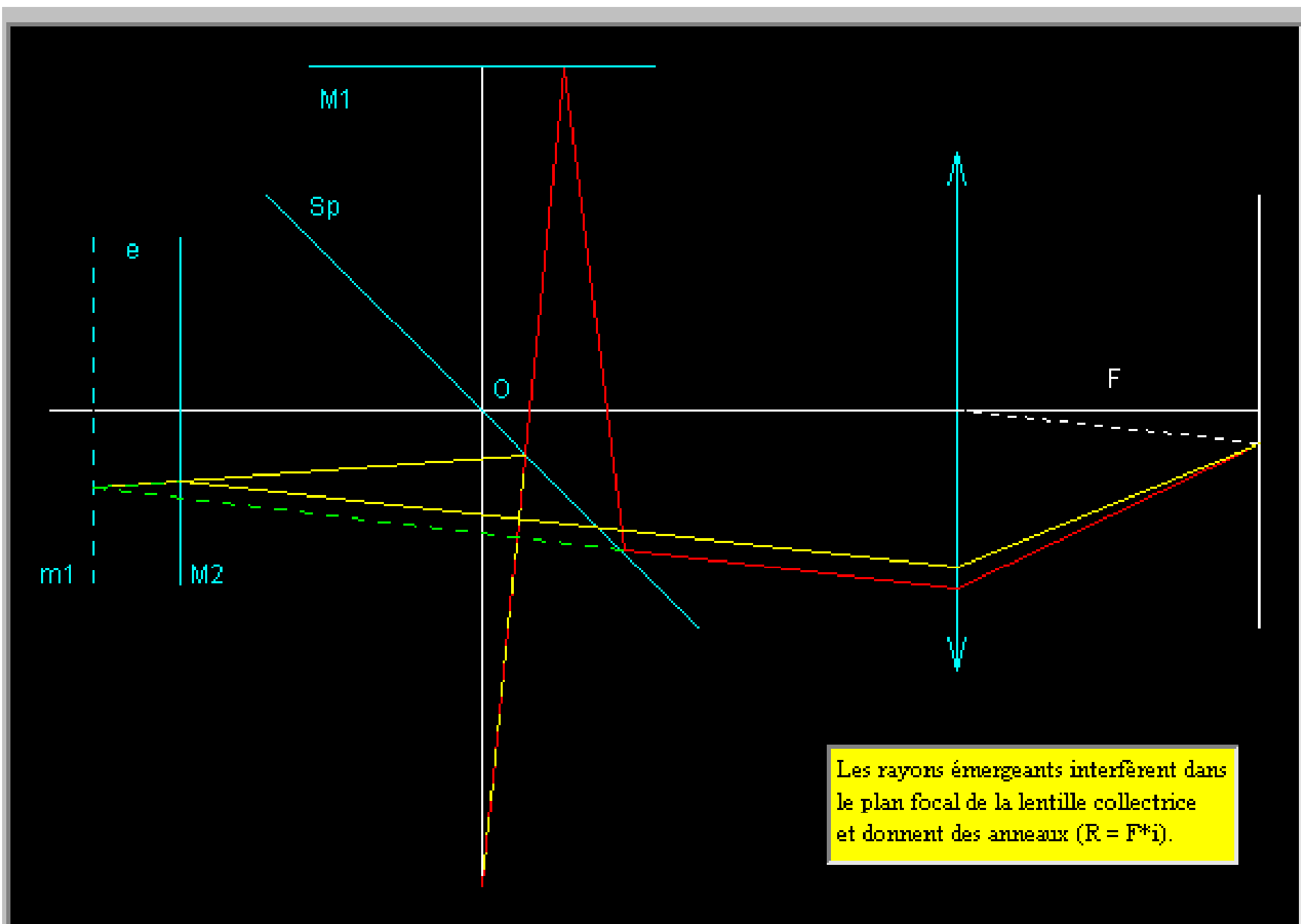
$$2d \cdot \sin \theta = m \cdot \lambda_f$$

L'ordre  $m$  augmente d'une unité quand  $d$  augmente de  $\lambda/2$ .

Ou quand  $d$  varie, les franges "défilent":

$$\Delta d = \frac{\Delta m \cdot \lambda}{2}$$

# Configuration en lame d'air





# Applet

<http://www.physics.uq.edu.au/people/mcintyre/applets/michelson/michelson.html>

# Configuration en coin d'air

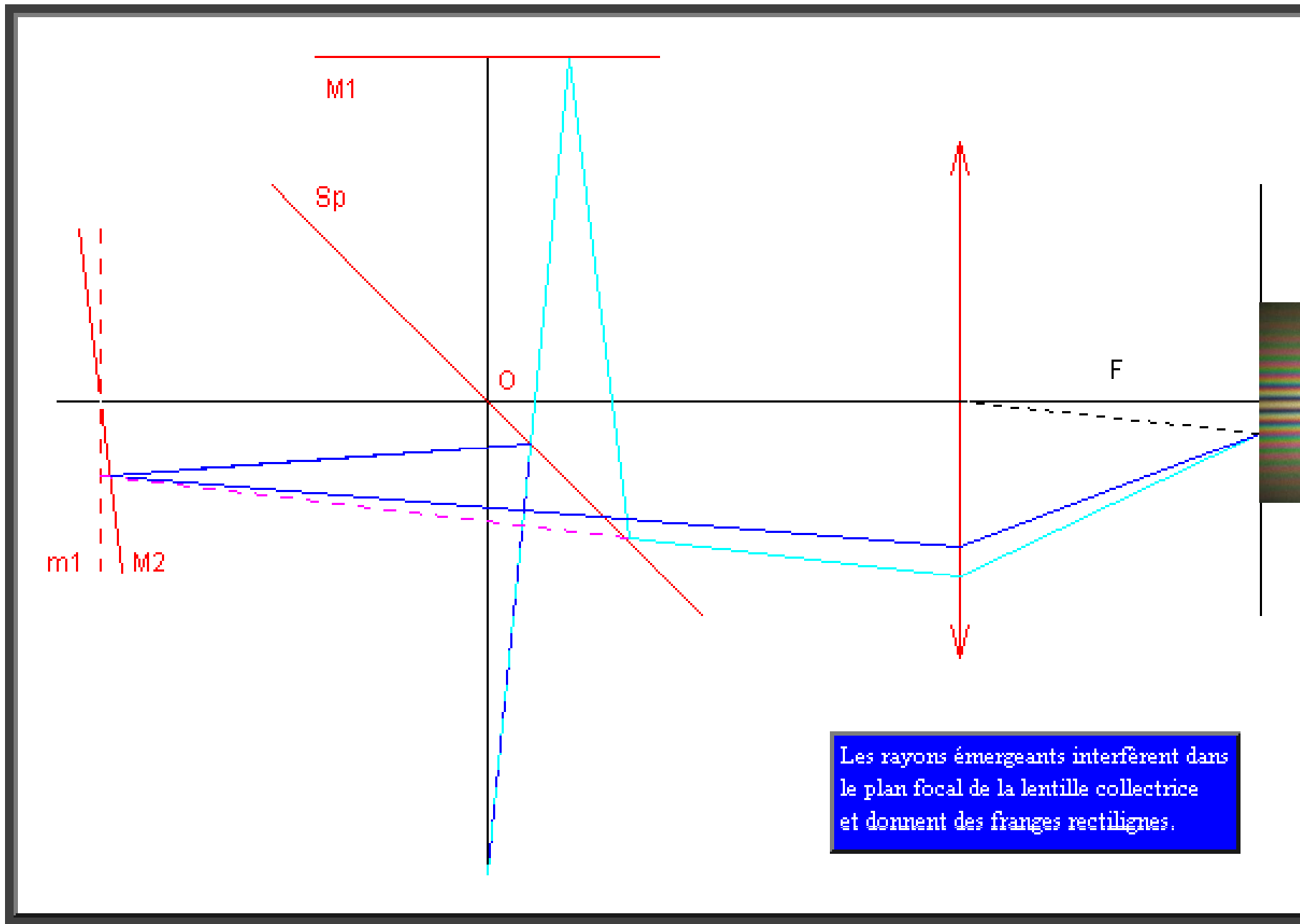
- La configuration en coin d'air consiste à introduire un angle  $\alpha$  entre les deux miroirs, et donc obtenir un dispositif où M1 et M2 ne sont plus perpendiculaires.
- La figure d'interférence, cette fois-ci, est composée de raies toutes parallèles
- L'interfrange est donné par:

$$\Delta x = \frac{\lambda_f}{2\alpha}$$



Figure d'interférence obtenue avec un interféromètre de Michelson en configuration coin d'air éclairé par une lampe blanche.

# Configuration en coin d'air



# Exercices

1. En regardant le séparateur d'un interféromètre de Michelson on voit 24 franges brillantes verticales dans un champs de 3x3 cm.  $\lambda$  est 600 nm.  
Quel est l'angle relatif des miroirs ?
2. En déplaçant le miroir M1 de  $3,142e-4$  m on voit défiler 850 franges brillantes.  
Quelle est la longueur d'onde de la lumière ?
3. On insère dans un bras un Michelson une lame d'épaisseur 0.1 mm et indice 1,5.  
De combien on devra déplacer le M1 pour rétablir la cohérence ?

# Applications

## Mesure d'indice

- On interpose sur le trajet de l'un des rayons une lame à faces parallèles du produit à étudier d'indice  $n$ , ce qui introduit un trajet supplémentaire égal à  $(n - 1) \cdot e$ , entraînant un déplacement des franges d'interférences que l'on mesure.
- On peut ainsi atteindre pour un gaz dont l'indice est voisin de 1, une précision de l'ordre de  $10^{-7}$
- On peut aussi étudier la variation de l'indice  $n$  en fonction de la longueur d'onde éclairant le système.



# Expérience de Michelson-Morley

- Albert A. Michelson et Edward Morley ont mené une expérience de mesure de la différence de vitesse de la lumière entre deux directions perpendiculaires et à deux périodes espacées de 6 mois.
- En fait, c'est toute une série d'expériences entre 1881 (Michelson seul) et 1887 (ensemble), date à laquelle le résultat est définitivement admis: l'éther n'existe pas. Cela montre aussi que la vitesse de la lumière est la même dans toutes les directions.
- C'est dans l'histoire de la physique une des plus importantes et une des plus célèbres expériences.

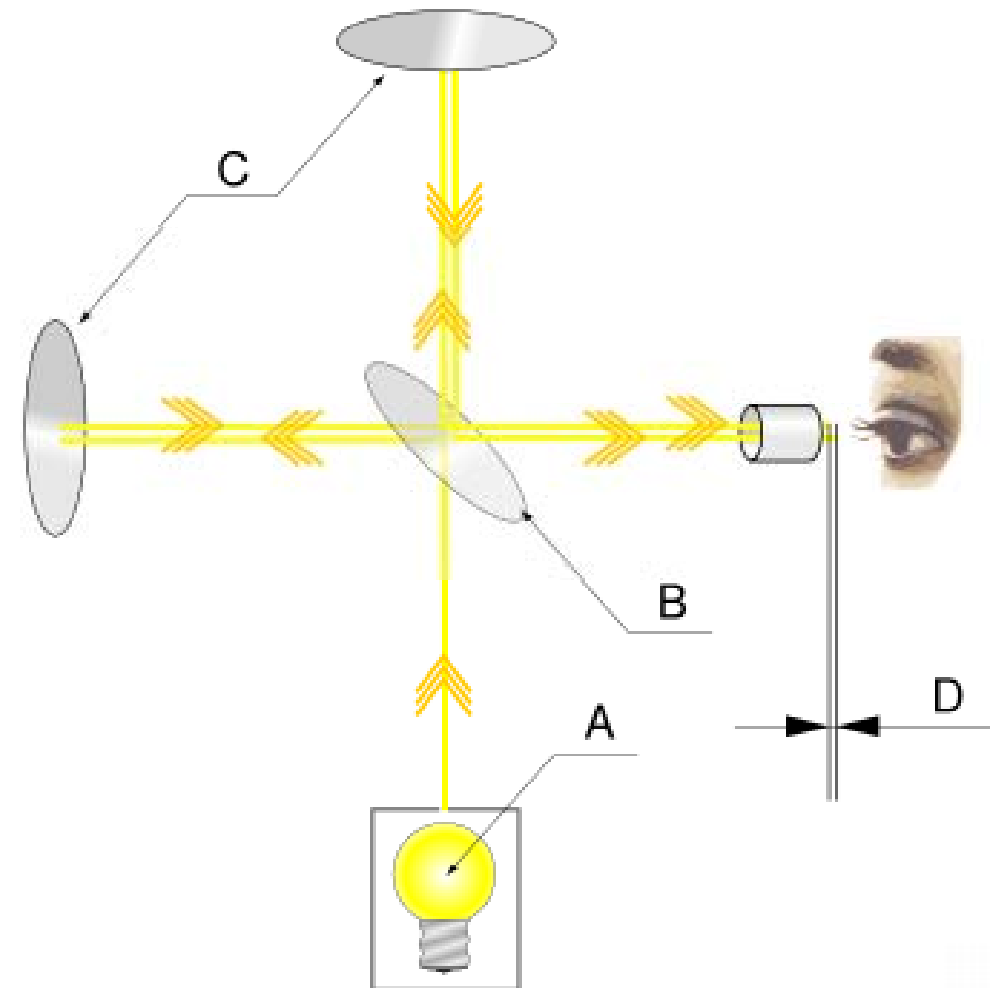
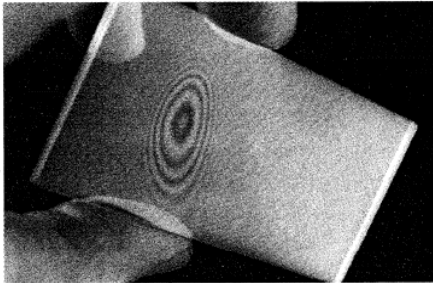


Illustration de l'expérience de Michelson-Morley  
A - Source de lumière monochromatique  
B - Miroir semi-réfléchissant  
C - Miroirs  
D - Déphasage



# Mesure des lentilles par interférométrie



Si l'on appuie sur les deux morceaux de verre en un point précis, comme on pourrait le faire avec un crayon pointu, il se forme une série de franges concentriques et presque circulaires autour de ce point. Connue sous le nom d'**anneaux de Newton\***, cette figure est étudiée plus précisément avec le dispositif de la figure 9.23. Dans ce cas, on place une lentille sur un plan étalon et on l'éclaire sous incidence normale en lumière quasi monochromatique. La régularité des anneaux circulaires concentriques est une mesure du degré de perfection de la forme de la lentille. En prenant  $R$  comme rayon de courbure de la lentille convexe, la relation entre la distance  $x$  au centre et l'épaisseur du film  $d$  est donnée par :

$$x^2 = R^2 - (R - d)^2$$

ou, plus simplement, par :

$$x^2 = 2Rd - d^2$$

Comme  $R \gg d$ , cela devient :

$$x^2 = 2Rd$$

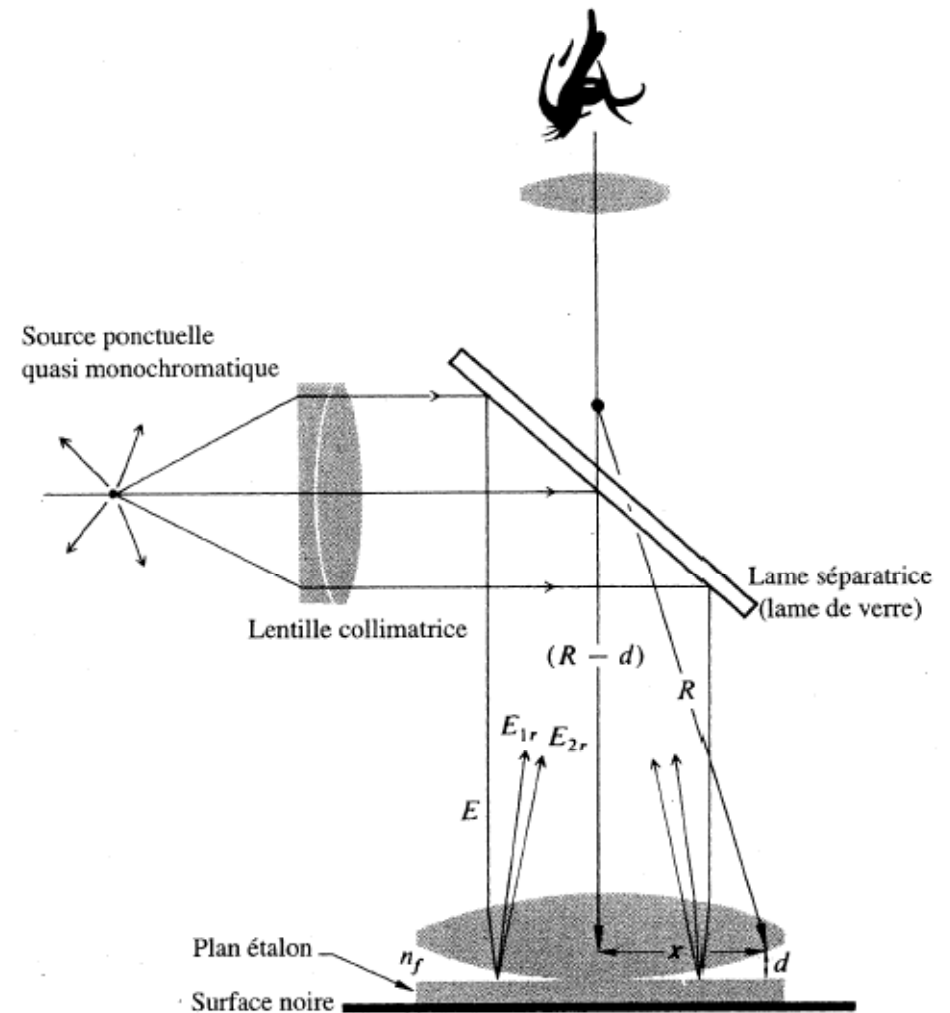


Figure 9.23 Montage standard pour observer les anneaux de Newton.

# Mesure des lentilles par interférométrie

En sachant que nous ne devons étudier que les deux premiers faisceaux réfléchis  $E_{1r}$  et  $E_{2r}$ . Le maximum d'interférence d'ordre  $m$  est atteint dans le film mince quand l'épaisseur de ce dernier vérifie la relation :

$$2n_f d_m = (m + \frac{1}{2})\lambda_0$$

Le rayon du  $m^{\text{ième}}$  anneau brillant est donc obtenu en combinant les deux dernières expressions afin d'avoir :

[anneau brillant] 
$$x_m = [(m + \frac{1}{2})\lambda_f R]^{1/2}$$

De même, le rayon du  $m^{\text{ième}}$  anneau sombre est :

[anneau sombre] 
$$x_m = (m\lambda_f R)^{1/2}$$

Si le contact entre les deux morceaux de verre est bon (pas de poussière), la frange centrale au point de contact ( $x_0 = 0$ ) sera évidemment un peu sombre puisque  $d$  est nulle en ce point. En transmission, la figure d'interférence sera complémentaire de celle en réflexion, de sorte que le centre apparaît brillant.

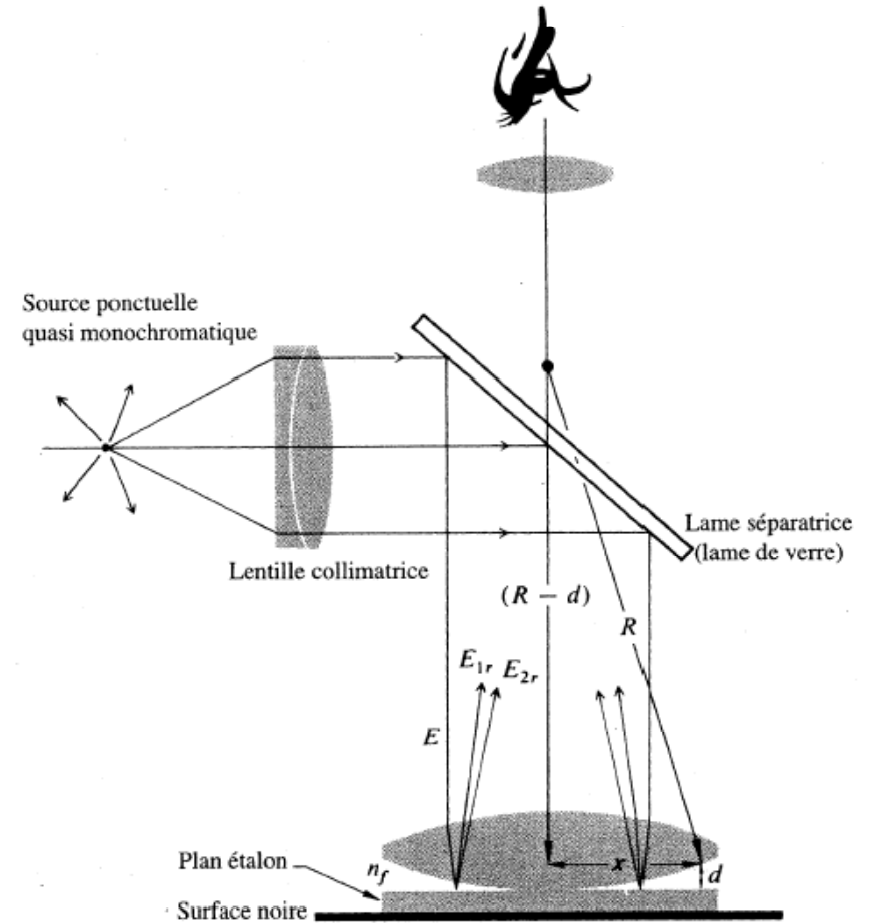
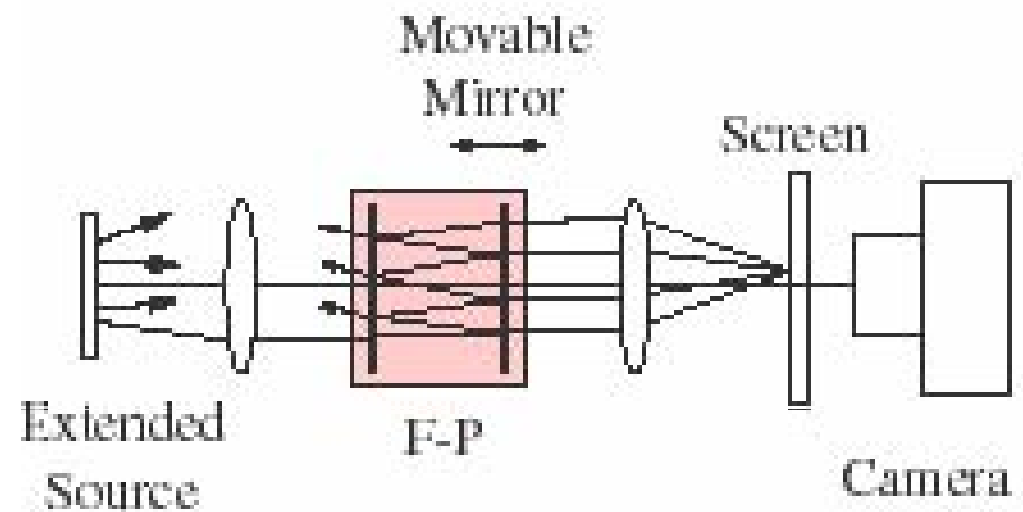
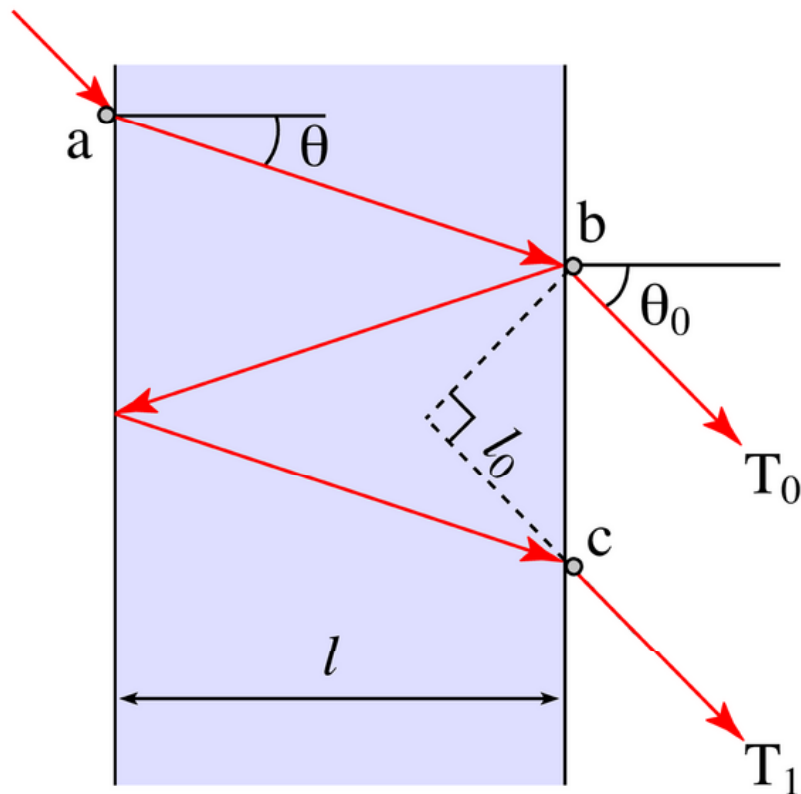


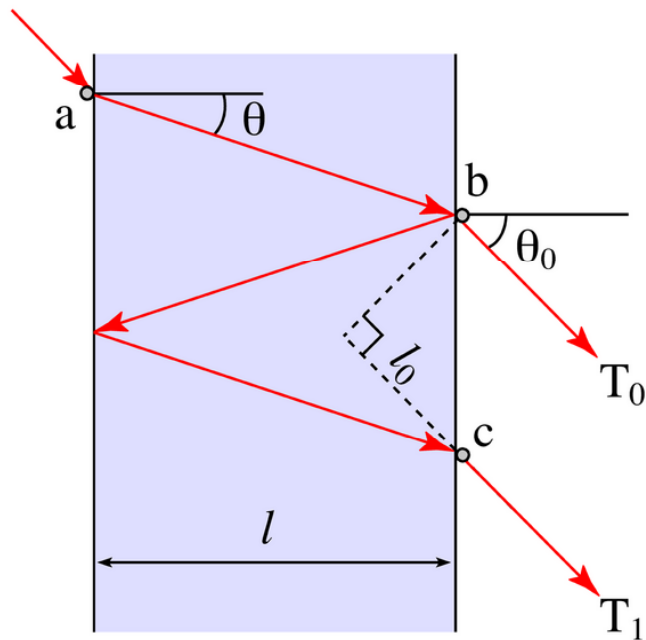
Figure 9.23 Montage standard pour observer les anneaux de Newton.

# Interféromètre de Fabry-Perot

- L'interféromètre de Fabry-Perot est un interféromètre optique constitué de deux surfaces partiellement réfléchissantes planes à hauts coefficients de réflexion (souvent supérieurs à 95 %).
- La lumière entrante effectue de multiples aller-retour à l'intérieur de cette cavité, et ressort partiellement à chaque réflexion.
- Les différents rayons lumineux sortants interfèrent entre eux, donnant lieu à une figure d'interférences à ondes multiples constituée d'anneaux



# Principe de l'interféromètre pour une onde monochromatique



- Supposons que l'interféromètre est éclairé par une source de lumière monochromatique. On peut représenter, comme sur la figure ci-contre, un rayon en particulier, et calculer sa contribution à la lumière sortante.
- Les rayons lumineux sortant par la deuxième surface aux points b et c n'ont pas parcouru la même longueur de trajet (ou chemin optique).
- Ainsi, ils présentent un déphasage  $\varphi$  l'un par rapport à l'autre, dépendant de l'angle  $\theta$ .
- Ces deux rayons interfèrent entre eux ainsi qu'avec tous les autres rayons qui auront été réfléchis plusieurs fois entre les deux surfaces réfléchissantes. On peut alors montrer que, selon la valeur de  $\theta$ , le rayon est transmis ou pas.

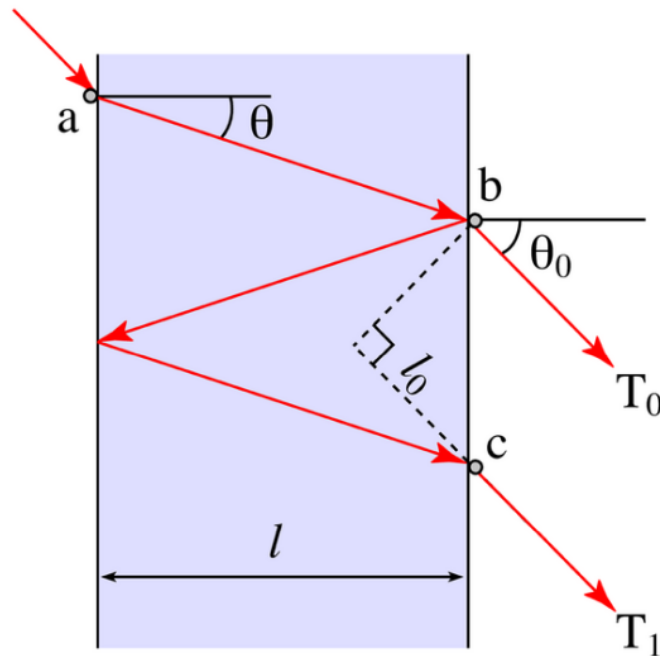
# Principe de l'interféromètre pour une onde monochromatique

- On s'aperçoit en fait que seules quelques valeurs de  $\theta$  permettent de transmettre la lumière du rayon incident.
- Chacune de ces valeurs peut être directement visualisée : elles correspondent à une série d'anneaux concentriques observés sur la figure d'interférence (*une image serait bienvenue*).
- En effet, en plaçant une lentille convergente à la sortie de l'interféromètre, tous les rayons faisant le même angle  $\theta$  par rapport à l'axe central de la lentille formeront un anneau.

# Principe de l'interféromètre pour une onde monochromatique

- Plus précisément, la transmittance (donc l'intensité des franges) est donnée par l'expression suivante :

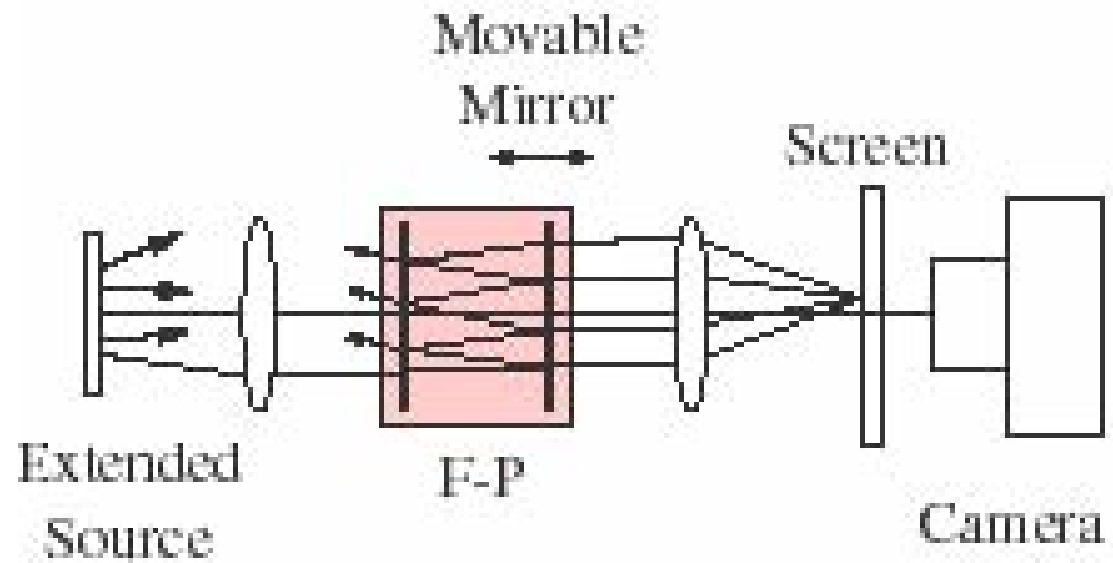
$$T = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$



- dans laquelle  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} 2nl \cos \theta$  est la différence de phase subie par la lumière après un aller-retour dans l'interféromètre,
- $R$  est le coefficient de réflexion de chaque interface,
- $n$  est l'indice de réfraction du milieu présent entre les deux surfaces réfléchissantes et  $\theta$  est l'angle d'incidence interne.



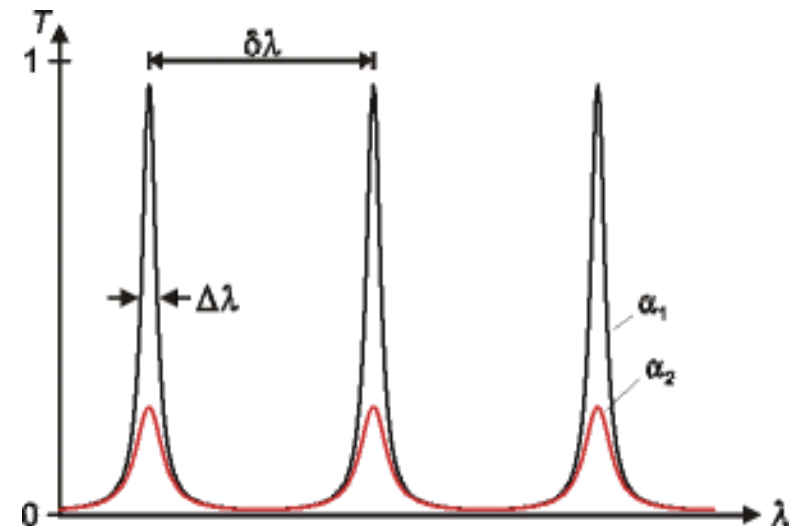
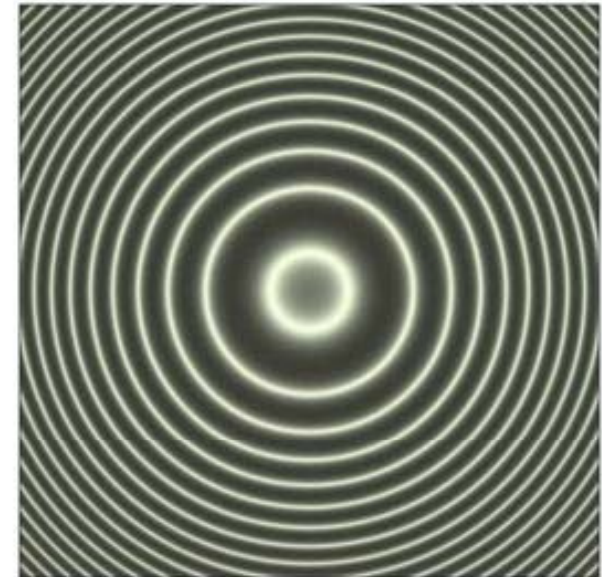
# Fabry-Perot



<http://www.physics.uq.edu.au/people/mcintyre/applets/fabry/fabry.html>

# Figure d'interférence et transmission en fonction de la longueur d'onde

- La figure d'interférence obtenue présente toujours des anneaux concentriques, mais leur taille varie en fonction de la distance entre les deux surfaces réfléchissantes, et de la longueur d'onde de la lumière utilisée.
- En effet, lorsqu'on étudie la formule précédente on s'aperçoit que seules quelques longueurs d'ondes sont transmises: la **transmittance** en fonction de  $\lambda$  présente des pics séparés de  $\delta\lambda$  et d'une largeur  $\Delta\lambda$
- Cette courbe varie en fonction de l'angle  $\theta$  : à chaque longueur d'onde correspond un système d'anneaux.
- Et en présence de plusieurs longueurs d'ondes, on peut comparer ces différents systèmes d'anneaux afin de mesurer les longueurs d'ondes. Cet interféromètre est donc utilisé en spectrométrie.



# Applications de l'interféromètre de Fabry-Perot

Parmi les utilisations possibles on a:

- dans le domaine de la spectroscopie (séparation de longueurs d'ondes très voisines) ;
- la réalisation de filtres interférentiels très sélectifs (ne laissant passer qu'une plage de longueurs d'ondes de l'ordre de  $<10$  nm).
- la réalisation de cavités laser, les miroirs ne sont plus plans mais concaves afin de limiter au maximum les pertes
- le contrôle de la longueur d'onde des signaux pour certains modes de télécommunication.